

Herbert Jaeger

Evolutionäre Logiken

Wie kann man qualitative
Entwicklungen exakt behandeln?

(around 1988)

A personal note in 2025, 37 years after writing this paper

This is a half mathematical, half physical, half philosophical, half unidentified, and 100% youthful (innocent, romantic, vigorous, and not entirely childish) summary of my early attempts to understand how very complex systems can be modeled. The ideas documented in this paper took shape during the last 2-3 years of my studies of mathematics at the university of Freiburg. I was specializing in formal logic, and trying to write a diploma thesis of the greatest possible ambition: re-invent mathematical logic such that the signature of a logic (a set of symbols denoting the core objects, relations and functions of a mathematical theory) would change in adaptive ways when the logic would be used to make inferences. I believed then (and still do) that something like that is needed to bring *qualitative* system evolutions into the reach of mathematically precise modeling. By 'qualitative' system evolution I meant that the appropriate set of basic descriptive concepts and their symbolic representations evolves together with the modeled system. For instance, when modeling biological evolution, at some point during the modeling trajectory, it is appropriate to have basic concepts (and predicate symbols denoting them) like *tyrannosaurus_rex*, while at a later point this is useless and instead concepts named *canis_lupus* are needed. Similar co-evolutions of terminologies together with the modeled system evolution appear in many other complex systems, for instance brains, national economies, or the use lifetime of an refrigerator from fabrication to waste disposal. My thesis supervisors were two eminent logicians, Jörg Flum and Hans-Dieter Ebbinghaus. When I explained my self-chosen project to them, they did the only thing that responsible student mentors can do: warning me that this project is too ambitious (a friendly way of saying that it is impossible) and trying to make me change to some more doable, 'normal' thesis project. They were right. I toiled almost three years with my dreams, coming to no thesizable conclusions, driving friends and parents into helpless commiseration, and almost ended as a failed student. After three years I gave in and submitted a normal, technical diploma thesis on a side-topic that I luckily worked out in these years (on cellular automata that have no 'garden-of-Eden' configurations). I got my degree and spent one more year jobless, sending out romantic PhD applications to the two or three complex-systems-theoretical physicists I was aware of (this was before the internet made topics and people searchable). In that year I wrote this paper in an attempt to clarify my grand project to myself and hopefully, my future PhD advisor. That did not work out, for reasons that today are totally clear to me. A most memorable event in this time was that I was invited to his private home by Konrad Zuse, who at his very-old-age stage in life still was as interested in modeling very complex systems as I was at my quite-young-age stage. By a lucky chance I was saved by Ipke Wachsmuth, who adopted me as a PhD student in his freshly founded classical-AI group in at the University of Bielefeld. This bifurcated my scientific life away from nonlinear theoretical physics toward symbolic AI, neural networks, autonomous robots, machine learning and finally to non-digital computing theory, where I happily thrive today.

During the 37 years since, I was fortunate to make useful contributions to the theory of agent modeling ('dual dynamics' models of action selection in robots), stochastic processes ('observable operator models'), and neural networks ('echo state networks'). These findings allowed me to stay active within the academic world. However, these results were mere lucky by-products of my original quest, which I continued to pursue un-noticed and un-published outside my regular, well-paid, observable work. In my free time I filled thousands of A4 scrap sheets with thoughts and formulas. However, in full confirmation of the skeptical warnings of my diploma advisors, I could not achieve what I wanted to achieve: a transparent, useful, formal amalgamation of evolutionary dynamics with mathematical logic. I am only two-and-half weeks away from retirement at the time of writing this. I can now view the challenge much more clearly than I could in my student days. I am still optimistic that my ongoing efforts, for which I now have much more time, will eventually lead to a useful outcome. I even have an axiomatic approach on my desk now that I trust, and that I am working out in detail. Upon re-reading this old paper today (which I did not read again for decades), I am amazed how many of my original, romantic ideas are still vitally alive within me. I hope that in another 2-3 years of work I can offer a new version of this 1988 paper, then with really useful results. The seasoned emeritus parts of myself have learnt to be skeptical, but the youthful parts are still there too and are very optimistic.

L'idée vient en parlant

(Kleist, Über die allmähliche Verfertigung
der Gedanken beim Reden)

EINFÜHRUNG UND ÜBERSICHT

Im vorliegenden Aufsatz "Evolutionäre Logiken" geht es um die Beschreibung von evolutionären Abläufen.

Beispiele für evolutionäre Abläufe (kurz: Evolutionen) sind die Entwicklung des Lebens auf der Erde, die Geschichte eines Volkes oder eines Menschen, der Gedankenstrom eines Spaziergängers oder der Lauf eines hinreichend komplexen Computerprogramms.

Ein Beobachter, der die Entwicklung einer Evolution verfolgt und synchron dazu auch beschreiben möchte, muß erfinderisch sein. Denn Evolutionen sind selbst "erfinderisch". Sie bringen immer wieder neue Erscheinungen hervor, neue "Gestalten". Evolutionen sind qualitativ produktiv. Ihre synchrone Beschreibung muß den Vorgaben dieser unerschöpflichen qualitativen Produktivität durch die unaufhörliche Schöpfung immer neuer Begriffe folgen.

Dieser Zwang zur Einführung immer neuer Begriffe im Laufe der Beschreibung ergibt einen grundlegenden Unterschied zur archetypischen physikalisch-naturwissenschaftlichen Beschreibungsaufgabe. Dort versucht man, einige vorgegebene, experimentell kontrollierbare Wirklichkeitsaspekte durch eine mathematische Theorie zu beschreiben, die stets nur eine endliche Anzahl vorgegebener Begriffe enthält. Ja man kann den Sinn von Experimentalsituationen geradezu dadurch definieren, daß dort eine "qualitative Ruhezone" hergestellt wird, aus welcher evolutionäre Entwicklungen ausgeblendet werden. Der Lohn dieser Realitätsbescheidung ist die Mög-

lichkeit der Formulierung quantitativer Zusammenhänge, wodurch man hinwiederum Gütekriterien für die Passung einer Theorie auf die Realität erhält. Beim synchronen Beschreiben von Evolutionen geht es aber nicht darum, die Beziehungen zwischen schon vorgegebenen Begriffen mathematisch-theoretisch immer feiner auszutarieren. Es geht vielmehr darum, mit immer neuen, immer nur eine Zeitlang einigermaßen passenden Begriffen aufzuwarten. Dabei besteht keine Hoffnung auf eine "Theorie", die diese beständig wachsende Population von Begriffen in eine einheitliche Maschinerie zusammenschmieden könnte. Nach einer solchen Theorie zu suchen, hieße die "lebendige" Kraft der qualitativen Produktivität verkennen. Diese "Schöpfungskraft" könnte man geradezu dadurch definieren, daß sie im Laufe der Zeit jede geschlossene Theorie sprengt. Nein, man muß schon sehr zufrieden sein, wenn es überhaupt nur gelingt, der zu beschreibenden Evolution hinterherzuspringen und ihr immer wieder einigermaßen passende Begriffe nachzuschleudern.

Diese Aufgabe mutet auf den ersten Blick gewiß eher geistes- bzw. gesellschaftswissenschaftlich an als physikalisch-naturwissenschaftlich. Der Verdacht liegt darum nahe, daß die Beschreibung von Evolutionen notwendig mit der aus den "humanities" bekannten subjektiv-historischen Bedingtheit, der Willkürlichkeit der verwendeten Begriffe zu kämpfen hat.

Im vorliegenden Aufsatz versuche ich aber einen Weg aufzuzeigen, auf dem man vielleicht jener Willkürlichkeit entkommen kann, einen Weg, auf dem man vielleicht zu einem mathematisch exakten Kriterium für die Passung von frisch geschöpften Begriffen auf synchron damit beschriebene Evolutionen gelangen kann.

Der erste Schritt auf dem vorgeschlagenen Weg besteht in einer Abwehr dessen, was wir naiv als "Beschreibung" aufzufassen gewohnt sind. Vorkritisch stellen wir uns Beschreiben so vor, daß wir schon vorgegebene Begriffe (Konzepte, Kategorien, Klassen, Prädikate, Eigenschaften, Abstrakta...) mit deren realen Korrelaten

"abbildend" zur Deckung bringen, die Realität in Begriffen gleichsam ausschnittsweise nachstellen. Daß dabei die Abbildungsrelation methodisch-kritisch voller Vertracktheiten steckt, braucht uns hier gar nicht mehr zu kümmern. Denn bei der exakten "Beschreibung" von Evolutionen müssen wir, so glaube ich, schon jene naive Grundvorstellung fahren lassen. Sie paßt überhaupt nicht zu unserem Grundproblem, daß man beim Auftauchen einer frisch evolvierten Entität den zu deren "Beschreibung" passenden Begriff noch gar nicht vorgegeben auf Lager haben kann.

Unser Grundproblem ist dem Grundproblem der Wissenschaftstheorie noch vorgeordnet. Jenes sehe ich in der Analyse der Abbildungsrelation zwischen Begriff und Realität. Bei uns besteht das Grundproblem darin, überhaupt erst einmal solche Begriffe zu erzeugen, deren Passung man dann, wenn man will, weiter analysieren kann.

Um jenes wissenschaftstheoretische Grundproblem erst einmal auszublenden, verzichte ich in meinem Versuch darauf, reale Evolutionen "beschreiben" zu wollen. Ich gehe nur die Aufgabe an, kalkülierte Modellevolutionen zu untersuchen, Abläufe, die im Prinzip den Läufen von Computern entsprechen. Ich nenne diese Untersuchungsobjekte hinfort einfach Runs. Hier ist die Trennung zwischen realer und begrifflicher Welt kurzgeschlossen. Runs und ihre gesuchte "Beschreibung" gehören beide derselben, nämlich der begrifflich-theoretischen "Seinsweise" an.

Was wir auf "herkömmliche" Weise durch Belegung mit Begriffen abbilden, müssen wir direkt beobachten oder indirekt durch Beobachtungen erschließen können. Die Grenze zwischen dem, was wir als direkt zugängliche Observable (als Ding, Teilchen, Meßgröße, Gesetzmäßigkeit usw.) empfinden, und dem, was wir eher als nurmehr Erschlossenes aufzufassen geneigt sind, verschiebt sich durch Gewöhnung und apparative Fortschritte im Laufe der Forschungsgeschichte fortwährend. Es ist keine prinzipielle Grenze. Was wir durch Belegung mit stabilen, vorgegebenen Begriffen beschreiben

wollen, das müssen wir prinzipiell auch beobachten können: Beschreiben können wir nur Observable.

Die Umkehrung gilt auch: Observable müssen sich zur Beschreibung durch vorgegebene Begriffe hergeben, Begriffe, deren Stabilität es gestattet, sie in prinzipiell abschließbare wissenschaftliche oder naive Theorien einzubinden. Observable müssen selbst gleichsam qualitativ stabil sein. Der Grimmelshausen'sche Baldanders, der in Nullkommanichts seine Gestalt wechseln kann, ist keine Observable.

Genausowenig dürfen wir die Übergangsfunktion eines Runs (z.B. die lokale Übergangsfunktion eines Zellularautomaten) als Observable mißverstehen!

Es besteht ein kategorialer Unterschied zwischen einer solchen Übergangsfunktion und dem, was wir in der Physik gemeinhin als Gesetze ansprechen. Letztere sind Beschreibungen beobachtbarer, qualitativ stabiler Regelmäßigkeiten. Formal kann man sie durch Gleichungen, d.h. durch mathematische Aussagen ausdrücken. Das setzt einen vorgängigen, parametrisierbaren Zeitbegriff voraus. Die Übergangsfunktion dagegen ist nicht beobachtbar. Formal ist sie eine Funktion, ein mathematischer Befehl. Sie k o n s t i t u i e r t die Zeit des Runs. Sie ist die e i n e Regel, der die v i e l e n Regelmäßigkeiten entspringen.

Wenn die physikalische Realität in diesem Sinne einer konstituierenden Regel gehorcht, so kennen wir sie nicht. Wir können sie vielleicht eines Tages erschließen, wenn wir mehr über die Logik der Zusammenhänge zwischen der Regel und den Regelmäßigkeiten wissen. Aber die Fortführung der "Observablen-Physik" mit ihrer vom Beschreiben bestimmten, damit auf Regelmäßigkeiten fixierten Methodologie kann nicht - auch nicht asymptotisch - an die Regel heranführen.

Die vorläufige Beschränkung auf Runs erweist sich auch in dieser Hinsicht als sinnvoll. In Runs ist die Regel bekannt. Nur unter dieser Voraussetzung können wir als Anfänger auf diesem Gebiet hoffen, die Logik der Zusammenhänge zwischen der Regel und den Regelmäßigkeiten verstehen zu lernen.

Ich glaube, daß solche Untersuchungen ihren vollen Sinn erst bei qualitativ produktiven Runs, bei veritablen Modellevolutionen bekommen. Denn nicht nur, daß die physikalische Realität, die wir ja letztlich verstehen wollen, qualitativ produktiv ist. Sondern die zeitliche qualitative Produktivität "spiegelt" auch die abstraktionshierarchische qualitative Entfaltung unserer begrifflichen Systeme, z.B. die Entfaltungsreihe Physik-Chemie-Biologie. Zeitliche Evolution ist, so glaube ich, eine notwendige Bedingung für jedes gegenwärtige Vorhandensein einer sich in zunehmend komplexen Observablen hierarchisch aufbauenden Weltstrukturierung.

Die zu entwickelnden mathematischen Anschauungsweisen, welche die Logik der Zusammenhänge zwischen der Regel und den Regelmäßigkeiten erfassen sollen, möchte ich darum evolutionäre Logiken nennen.

In der physikalischen Realität sind uns die Regelmäßigkeiten vor der Regel zugänglich. In Runs ist es umgekehrt. Hier kennen wir zunächst nur die Regel. Die erste Aufgabe evolutionärer Logiken besteht darin, in Runs zu definieren, was das überhaupt sei: Regelmäßigkeiten ("Gesetze", Observable, Dinge,...- allgemeiner: Entitäten). Wir dürfen nun nicht etwa versuchen, Entitäten irgendwie in einer Weise in den Griff bekommen zu wollen, die mit dem herkömmlichen Beschreiben verwandt ist. Alles Beschreiben, alles Einordnen in vorgegebene, im weitesten Sinne phänomenale Klassen, alles Unterordnen unter Prädikate, alles Suchen nach den Eigenschaften, dem *W i e* von Entitäten ist tabu. Was aber dann?

Die wichtigsten Vermutungen und Vorschläge, zu denen ich gelangt bin, sind die folgenden.

An die Stelle der Beschreibung tritt die I s o l i e r u n g. Nicht das W i e der Entitäten, sondern ihr nacktes D a ß soll mit einem effektiven Kriterium festgestellt werden. Dieses Resonanzkriterium ist das Kernstück evolutionärer Logiken. Es soll die schiere Anwesenheit von Phänomenalem anzeigen.

Der erste Schritt auf dem Weg zu Resonanzkriterien besteht darin, sich Klarheit darüber zu verschaffen, wie Entitäten ohne Rückgriff auf ihre jeweils besonderen beobachtbaren Eigenschaften zu charakterisieren sind. Hier werden der diachronische und der hierarchische Aspekt für uns besonders wichtig. Der erste stellt heraus, daß Entitäten trotz wechselndem Erscheinungsbild, trotz eigener Evolution durch die Zeit hindurch eine Konstanz der Identität aufweisen. Der zweite fordert, daß sich Entitäten zu übergeordneten Entitäten zusammenschließen können. Der "Leim" dieser Zusammenschlüsse besteht aus diachronischen Interaktionen. So sind beide Aspekte untrennbar miteinander verbunden.

Unter der Regie des hierarchischen Aspektes finden wir einen Run bevölkert von einer Hierarchie der Entitäten, in der jeweils zusammengesetztere durch basalere Entitäten "erklärt" werden. Eine evolutionäre Logik, die eine solche Hierarchie effektiv behandeln möchte, muß effektiv mit dem bekannten "Münchhausen-Trilemma" fertigwerden.

Um zu konkreten mathematischen Ansätzen zu kommen, müssen wir den Kreis der zu behandelnden Runs zunächst einschränken. Ich verlege mich aus einer Vielzahl von Motiven auf diskrete, deterministische Runs.

Es ist mir wichtig, daß man diese Entscheidung ohne Sophismen mit dem Weltbild der Quantenmechanik versöhnen kann, welches bekanntlich nichtdeterministisch und zumindest in der Annahme einer kontinuierlichen Zeit nicht diskret ist. Die Versöhnbarkeit beruht nicht auf ominösen "hidden variables", sondern darauf, daß die diskrete deterministische Übergangsfunktion von Runs gar keine "variable", gar keine beobachtbare, erschließbare, im herkömmlichen Sinn beschreibbare "Größe" ist. In Evolutionen sind alle Regelmäßigkeiten, ist alles Phänomenale prinzipiell nichtdeterministisch, auch wenn das Gesetz deterministisch ist.

Die einfachsten diskreten deterministischen Runs liefern wohl ein-dimensionale Zellularräume (1-ZRe). Als Werkzeug einer "abstrakten Physik komplexer Systeme" haben sie in den letzten Jahren viel Aufmerksamkeit auf sich gezogen und wohl auch in einige Sackgassen gelenkt. Ich schlage als Alternative zu einigen anderen Ansätzen vor, das Hauptaugenmerk auf edenfreie 1-ZRe (1-ef-ZRe) zu richten. Ein 1-ZR heißt edenfrei, wenn es zu jeder Gegenwart eine Vergangenheit gibt, aus welcher diese Gegenwart entwickelt gedacht werden kann.

Eine Unterklasse der 1-ef-ZRe sind die reversiblen 1-ZRe. Dort gibt es zu jeder Gegenwart genau eine Vergangenheit; es gibt auch eine Übergangsfunktion für die inverse Zeitrichtung. Es spricht einiges dafür, daß nicht nur reversible 1-ZRe, sondern alle reversiblen Runs nicht qualitativ produktiv sein können. Auch hierin liegt kein Widerspruch zum Weltbild der modernen Physik, insbesondere nicht zur CPT-Invarianz. Dort bezieht sich die Zeitumkehrbarkeit auf beobachtbare Regelmäßigkeiten; die Reversibilität oder Nichtreversibilität von Runs aber bezieht sich auf die unbeobachtbare Regel.

Neben der primären globalen Definition gestattet Edenfreiheit auch eine äquivalente lokale. Das gilt nicht nur für 1-ZRe, sondern für alle in einem sehr allgemeinen Sinne diskreten determi-

nistischen Runs. Wegen dieser luxuriösen "lokalen Eichinvarianz" verspricht die Theorie solcher Systeme mathematisch recht schön zu werden.

Erste vermutete schöne Eigenschaft: Edenfreie diskrete deterministische Runs besitzen vielleicht alle eine fraktale Basis. Das heißt: Man kann die Hierarchie der Entitäten und Größenordnungen zwar beliebig tief hinabsteigen (infiniter Regreß), aber ab einer bestimmten Ebene (Basisebene, Abbruch) tauchen immer wieder nur dieselben Phänomene auf (Eintritt in Zykel), allerdings immer um eine raumzeitliche Größenordnung kleiner. Die fraktale Basis vereint die drei Hörner des Herrn Münchhausen.

Zweite vermutete schöne Eigenschaft: Zumindest die 1-ef-ZRe scheinen die Zykeleinbettungs-Eigenschaft zu besitzen. Ihr zufolge kann man jeden endlichen Raumzeitausschnitt aus einem Run in eine räumlich endliche, zeitlich periodische "Resonanz" einbetten. Das verschafft uns erstens die Möglichkeit, Entitäten, die wir untersuchen wollen, in "abgeschlossene Systeme" einzubetten. Zweitens sind solche Resonanzen in einigen Aspekten schon selbst Entitäten vergleichbar - daher auch die Wortwahl "Resonanzkriterium". Drittens würde uns die Zykeleinbettungs-Eigenschaft zusätzlich zur lokalen und zur globalen noch eine dritte, vermittelnde, "zyklische" Definition von Edenfreiheit gestatten.

Dritte vermutete schöne Eigenschaft: Vielleicht kann man 1-ef-ZRe als Überlagerung von primitiven Zellularräumen darstellen. Das sind spezielle 1-ef-ZRe, die "total fraktal" auf allen Größenordnungen dasselbe qualitative Verhalten zeigen. Spuren dieser totalen Fraktalität könnten bei der Überlagerung in Form einer "lokalen Fraktalität" erhalten bleiben. Dem entsprächen in unserer Realität pseudofraktale Gebilde wie Farnblätter oder Wolken. Lokale Fraktalität scheint für die "Intelligibilität" eines Runs unabdingbar. Sie stellt die Verbindungen bereit, über die wir in der Hierarchie der Entitäten auf- und absteigen können.

Primitive 1-ZRe verhalten sich in gewisser Weise als Funktion, angewandt auf ihre kanonischen Argumente, genauso wie als Funktional, angewandt auf sich selbst. Diese merkwürdige Eigenschaft, zusammen mit den an vielen Stellen hervortretenden fraktalen und zyklischen Auffälligkeiten verschaffen der Theorie der 1-ef-ZRe eine ungewohnte, "typenfreie", "nichtfundierte" Anmutung. Das kann letztlich nicht überraschen, wenn schon unser erster methodologischer Ansatz darin besteht, die klassische Beschreibungs-, d.h. Klassifizierungsfigur abzuwehren.

Die zweite in diesem Aufsatz eingehender untersuchte Klasse diskreter deterministischer Runs sind Graphenmodelle. Anders als in Zellularräumen wird hier die "Information" nicht einem vorgegebenen Raumzeitraster aufbeschrieben, sondern steckt in der Topologie der Raumzeitstruktur selbst. Graphenmodelle sind realistischer als Zellularräume, weil sie in einem sehr starken Sinne, der noch über die Prinzipien der Allgemeinen Relativitätstheorie hinausgeht, relativistisch sind. Sie sind auch Kandidaten für die Modellierung einiger Aspekte unseres natürlichen Denksystems. Mit ihrer Hilfe läßt sich schließlich das Scheinproblem auflösen, daß räumlich endliche, diskrete Runs zeitperiodisch sind. Die vorgeschlagene Lösung verbindet eine Lösung des Münchhausenproblems am oberen Ende der Hierarchie mit einer weiteren Antwort auf das unerschöpfliche (Schein-) Problem eines Widerspruchs zwischen dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik und der offenbaren "Selbstorganisation" im Universum.

Die Sache hat freilich noch einen Haken: Graphenmodelle sind zur Zeit noch gar nicht exakt definierbar, weil ihre Definition im wesentlichen mit der Präzisierung des in ihnen anzuwendenden Resonanzkriteriums zusammenfällt. Aber noch nicht einmal in 1-ef-ZRen sind bisher Resonanzkriterien definiert.

EVOLUTIONÄRE LOGIKEN

INHALT

1. DAS PROBLEM

1.1	Die Beschreibung einer Evolution evolviert	1
1.2	Hauptschwierigkeit: qualitative Produktivität	2
1.3	Physikalische Experimente evolvieren nicht	2

2. EIN METHODOLOGISCHER RAHMEN FÜR EINEN LÖSUNGSANSATZ

2.1	"Klassische" Methode nicht bei Evolutionen	3
2.2	Kritik der semantischen Trennung...	
2.2.1	...in der Prädikatenlogik	5
2.2.2	...im "Aufbau der Physik"	7
2.2.3	...in der Evolutionären Erkenntnistheorie	9
2.2.4	...in der Philosophischen Hermeneutik	10
2.3	Die schöpferische Kraft der Naturwissenschaften	10
2.4	Computerläufe als "theoretische Realitäten"	11
2.5	Resonanzkriterien	14
2.6	Die eine Regel, die vielen Regelmäßigkeiten	16
2.7	Entitäten	18
2.8	Der diachronische Aspekt	19
2.9	Der hierarchische Aspekt	20
2.10	Der funktionale Aspekt	21
2.11	Unverzichtbarkeit dieser Aspekte	22
2.12	Abzuwehren: der Abstraktionsaspekt	23

3. EIN LÖSUNGSANSATZ

3.1	Einschränkung auf "Dinge"	25
3.2	Entscheidung für...	
3.2.1	...diskrete Modelle	26
3.2.2	...deterministische Modelle	28
3.2.3	...Modelle mit lokaler Wechselwirkung	29
3.3	Lokale Wechselwirkung nur bei "Ding"modellen	29
3.4	Mathematisch einfache Modelle: Zellularräume	29
3.5	Ein Steilkurs über Zellularräume	30
3.6	1-ef-ZRe als Modelle komplexer Systeme	33
3.7	Edenfreie Zellularräume untersuchen!	40
3.8	Einige einfache mathematische Hilfsmittel	45
3.9	Graphenmodelle	48
3.10	Spekulationen über Graphenmodelle	51
3.11	Weiter mit den Zellularräumen	52
3.12	Abwehr der globalen Reversibilität	53
3.13	Die Reversibilität physikalischer Gesetze	56
3.14	Entitäten sind lokal reversibel	59
3.15	Lokale Reversibilität und Münchhausen-Trilemma	59
3.16	Münchhausen-Trilemma "nach oben"	61
3.17	Die Periodizität von Dingen	63
3.18	Zwischenbilanz	65

4. "RESONANZMATHEMATIK" IN 1-ef-ZRen

4.1	Fraktale Basen	
4.1.1	Beispiele	67
4.1.2	Diskussion	71
4.2	Zykeleinbettbarkeit	
4.2.1	Ein Beispiel	73
4.2.2	Diskussion	74
4.3	Hierarchisch unproduktive 1-ef-ZRe	
4.3.1	Ein Beispiel	77
4.3.2	Diskussion	78
4.4	Primitive Zellularräume	79

5. AUSBLICK

5.1	Was ist die Entropie der Welt?	81
5.2	Warum sind rückwärtslaufende Filme "unlogisch"?	83
5.3	Was ist eine Eigenschaft? -I-	86
5.4	Was ist eine Eigenschaft? -II-	87
5.5	Warum ist die biologische Evolution so schnell?	88
5.6	Wie sicher kann man die Hierarchie hinabsteigen?	89
5.7	Wie hängen Abstraktions und Raum zusammen?	91

ANHANG: Verzeichnis der Schlüsselbegriffe

1. DAS PROBLEM

1.1 Die Beschreibung einer Evolution evolviert

Komplexe Systeme können eine Evolution durchlaufen. In ihrer Geschichte zeigt sich dann ein qualitativer Zeitpfeil. Beispiele sind das Altern eines Werkstücks, das Leben eines Tieres, die Entwicklung des ganzen Universums, aber auch die allmähliche Verfertigung der Gedanken während der Rede oder der Lauf mancher Computersimulationen. Ich will solche Systeme einfach Evolutionen nennen. Gemeinhin werden mit ihnen die folgenden, zumeist auch nur ungenau definierten Attribute verbunden: Offenheit, Unvorhersehbarkeit, Irreversibilität, Beschreibbarkeit auf mehreren gestaffelten Hierarchieebenen, Subsystembildung, Selbstorganisation.

Es gibt vielleicht auch komplexe Systeme ohne qualitativen Zeitpfeil. Darunter fallen wohl ergodische Systeme wie abgeschlossene Gasvolumina oder gravitationale Mehrkörpersysteme. Die Grenze zwischen komplexen Systemen mit und ohne qualitativen Zeitpfeil ist heute noch nicht genau festzulegen, weil noch unklar ist, wodurch der qualitative Zeitpfeil genau zu charakterisieren sei.

Als Ausgangs- und Angelpunkt meiner Untersuchungen möchte ich Evolutionen dadurch charakterisieren, daß zu ihrer synchronen Beschreibung im Laufe der beschriebenen Zeit immer neue Begriffe angemessen sind. Für das Weitere sind also Evolutionen per definitionem qualitativ produktiv. Ein Beispiel sind die Begriffe "Ursuppe", "Dinosaurier" und "Mensch" bei der Beschreibung der Entwicklung des Lebens auf der Erde.

Mich fesselt die Aufgabe, Evolutionen einer rigorosen mathematisch-logischen Behandlung zu erschließen. Ich suche mathematische Kalküle, evolutionäre Logiken, mit denen Evolutionen befriedigend zu behandeln sind.

1.2 Bei der Suche nach dem gewünschten mathematischen Kalkül ist die Hauptschwierigkeit die qualitative Produktivität.

Herkömmliche mathematische Theorien und ganze mathematische Logiken arbeiten mit jeweils fest vorgegebenen Grundbegriffen. Weltbild und Werkzeuge einer mathematischen Theorie sind immer schon "prästabilisiert". So kann man zwar sehr komplizierte, aber unhistorische Welten mathematisch exakt und effektiv beschreiben. Man kann auch zeitliche Abläufe mathematisch exakt beschreiben - mit der Hilfe von effektiv vorgegebenen dynamischen Gesetzmäßigkeiten. (Das Wort "effektiv" ist in diesem Aufsatz stets im strengen Sinn der mathematischen Rekursionstheorie zu lesen.) Die Komplexität von Evolutionen aber entspringt dem unserer Intuition so überaus schwer zugänglichen Sachverhalt, daß hier die dynamischen Gesetzmäßigkeiten selbst evolvieren. Eine Evolution sprengt per definitionem jeden effektiv vorgegebenen Begriffsrahmen. Evolutionen lassen sich auch nicht auf dem Umweg einer Beschreibung der in ihnen aufweisbaren Gesetzmäßigkeiten effektiv beschreiben. Sie scheinen sich ihrem Wesen nach jeder Kalkülisierung zu widersetzen.

Man bräuchte einen "begrifflich produktiven Kalkül", eine "evolvierende Maschine" also - ist das nicht eine Contradictio in adjecto?

1.3 Das klassische physikalische Experiment beruht geradezu darauf, alles Evolutionäre aus dem Geschehen herauszuhalten.

Durch die Konstanthaltung und Standardisierung der Rahmenbedingungen wird das Experiment zu einem replizierbaren, also ahistorischen Isolat. Daß man überhaupt Phänomene isolieren kann, grenzt an ein Wunder. In einem sehr heißen jungen Universum ist dies vielleicht nicht einmal gedanklich möglich. Man vergleiche hierzu die Diskussion der "Trennbarkeit der Alternativen" im "Aufbau der Physik" von C.F. von Weizsäcker. Daß man gewisse Phänomene sogar sehr gut isolieren kann, ist die Voraussetzung dafür, daß man

überhaupt erfolgreich zu einem "rationalen", naturwissenschaftlich geprägten Weltbild gelangen konnte.

Der umwälzende Erfolg der isolierend-beschreibenden Naturwissenschaften hat aber eine Kehrseite. Wir können uns keine exakte Wissenschaft ohne den Grundbegriff der Observablen, der Eigenschaft, des Phänomens mehr vorstellen. Unter den grundlegenden Denkfiguren, die dem Menschen gegeben sind, hat eine einzige durch ihre schier grenzenlose Kraft die absolute Herrschaft gewonnen. Zur exakten wissenschaftlichen Behandlung evolutionärer Vorgänge wird man aber vielleicht auf anderen Grundfiguren aufbauen müssen.

Was aber könnte die Grundfigur der Beschreibung von Observablen ersetzen?

2. EIN METHODOLOGISCHER RAHMEN FÜR EINEN LÖSUNGSANSATZ

Ein Grundgedanke dieses Aufsatzes besteht darin, Evolutionen mit der Basis-Denkfigur der "Isolierung" zu behandeln. Wir wollen "Etwas" aus dem Strom des Geschehens nicht durch eine Beobachtung/Beschreibung seiner Eigenschaften aussondern, sondern wir werden uns schon damit zufriedengeben, dieses Etwas als ein "Überhaupt-Irgend-Etwas", als Identifizierbares schlechthin isolieren zu können. Den Erläuterungen und methodologischen Konsequenzen dieses Grundgedankens ist dieser 2. Abschnitt gewidmet.

2.1 Theorie → Hypothese → Experiment → Theorie: dieses methodische Pendeln zwischen Beschreibung und Realität bricht bei der Behandlung von Evolutionen zusammen.

Reale Evolutionen sind einmalige Vorgänge, die aus lauter einmaligen Vorgängen zusammengesetzt sind. Prüfbare Theorien beschreiben aber universelle Erscheinungen.

Eine Prognose über die zukünftige qualitative Entwicklung einer "angefangenen" realen Evolution ist zwar der Form nach eine Hypothese. Aber diese Hypothese betrifft nichts Universelles, sie ist nicht gegen allgemeine Aspekte der Wirklichkeit prüfbar, sie kann nicht als ein Schritt auf dem Weg in Richtung "der" unwiderleglichen naturwissenschaftlichen Weltansicht aufgefaßt werden. Die Bestätigung oder Widerlegung einer Evolutions-Prognose ist nur ein einziges Mal möglich. Reale Evolutionen sind nicht replizierbar. Nach Ablauf des unwiederbringlichen Prüfzeitpunktes ist die Prognose als prüfbare Hypothese so entwertet wie eine gelochte Eisenbahnfahrkarte.

Es scheint, als könnte die "Beschreibung" einer Evolution nicht hypothetisch sein, sondern nur dem je Geschehenden verhaftet. Nicht aufs Universale, Erwartbare, Prüfbar gerichtet, sondern aufs Partikulare, vom Standpunkt jeder Theorie Überraschende. Die "Beschreibung" einer Evolution kann sich nicht von dieser lösen, sie verfügt nicht über die Freiheit, die Autonomie einer Theorie.

Prognosen als theoriegeleitete Hypothesen sind an im voraus, d.h. universell definierbare Phänomene, d.h. an Observable, geknüpft. Die Begriffe "Prognose" und "Observable" gehören zusammen. Wie eng, das läßt sich kaum deutlicher dartun als in von Weizsäckers "Aufbau der Physik", dessen Fundament dieser Zusammenhang ist. Im Begriff der Observablen steckt die Trennung in beschriebene Realität und beschreibende Theorie, in Natur und Geist, oder welches der vielen überlieferten Begriffspaare man auch einsetzen mag. Diese Trennung gewährleistet die Freiheit, damit die Zurechenbarkeit und den erlebbaren Sinn naturwissenschaftlichen Forschens. Im Begriff der Prognose steckt das Bekenntnis zur Natur als obersten Richterin dieses Forschens. Das Paar Observable/Prognose umschließt den Kern naturwissenschaftlichen Denkens. Wenn wir bei der Behandlung von Evolutionen mit diesem Paar nichts anfangen können, wenn wir uns der "semantischen Trennung" entledigen wollen - wie kann man dann bei der Behandlung von Evolutionen noch "naturwissenschaftlich" vorgehen?

2.2 Die semantische Trennung in den Naturwissenschaften und anderen rationalen Disziplinen ist vielleicht gar nicht so kategorisch wie gemeinhin angenommen.

In Beweisen versteckt, findet sich eine Vereinheitlichung von Beschreibendem und Beschriebenem schon in der mathematischen Prädikatenlogik (2.3.1). In Abwandlungen findet sich ein "Kurzschluß" der semantischen Trennung in von Weizsäckers "Aufbau der Physik", obwohl dieses Werk sonst geradezu als Inkarnation der Beschreibungsfigur angesehen werden kann (2.3.2). Konstitutiv ist die Überbrückung der semantischen Trennung für die Evolutionäre Erkenntnistheorie (2.3.3). Auch in der philosophischen Hermeneutik Gadamers ist jene Vereinheitlichung wichtig (2.3.4). Ich vermute, daß man eine Überbrückung der Beschreibungsrelation auch finden kann in Ansätzen der Synergetik und Kybernetik (Selbstorganisation bzw. Regelkreise implizieren Selbstbezug), in manchen praktischen Ansätzen der künstlichen Intelligenz (LISP ist typenfrei) und vielen anderen Disziplinen, die ich aber leider nur noch flüchtiger als die ebengenannten kennengelernt habe.

2.2.1 Prädikatenlogik

In der mathematischen Logik wird herkömmlicherweise zwar zwischen Beschriebenem (mathematischen Strukturen, "Modellen") und Beschreibendem (Mengen von "Formeln" oder "Aussagen") unterschieden. Es gibt sogar ein eigenes Zeichen für diese Beschreibungsrelation, nämlich das Symbol " $\models$ ", und einen eigenen Namen, nämlich "Modellbeziehung". Der mathematische Logiker schreibt an:

$$\mathcal{A} \models \varphi$$

und sagt dazu: "die Struktur $\mathcal{A}$ wird durch die Aussage φ zutreffend beschrieben". Aber dieser Trennung in Beschreibendes und Beschriebenes kommt nur eine sehr begrenzte, ja erkünstelte Bedeutung zu. Diese Behauptung möchte ich nun begründen.

Erstens stehen beschriebene Struktur und beschreibende Aussage in

derselben Druckerschwärze auf demselben Papier. Das ist ein grosser Unterschied zur physikalischen Realität und ihrer naturwissenschaftlichen Beschreibung. Dort steht nur letztere auf dem Papier.

Zweitens existiert kein echtes Operationalisierungsproblem für die Verifikation der Modellbeziehung. Nicht umsonst ist die Logik in der Mathematik eine Teildisziplin unter anderen. Beschreibung und Beschriebenes sind beide Teil mathematischer Theorien und insofern von der gleichen "Seinsweise" (ein Wort, das höchstens Götter wirklich verstehen können). Die in den Aussagen der Logik auftretenden "Beschreibungsbegriffe" sind dieselben wie die in den beschriebenen Strukturen auftretenden. Nur für solche identische Begriffe ist das Bestehen oder Nichtbestehen der Modellbeziehung überhaupt definiert, und nur deshalb kann sie überhaupt exakt definiert sein.

Drittens kommt man beim systematischen Aufbau mathematischer Logiken an zentraler Stelle (beim Beweis des Vollständigkeitssatzes der 1. Stufe) in die Verlegenheit, zu einer gegebenen Menge von Aussagen eine Struktur angeben zu müssen, welche durch diese Aussagen zutreffend beschrieben wird. Woher nimmt man diese Struktur? Nun, im wesentlichen setzt man für diese Struktur nichts anderes als eben - jene vorgegebene Menge von Aussagen! Hier wird also rechts und links vom Zeichen " $\models$ " explizit im wesentlichen dasselbe gesetzt. Auch andere grundlegende Sätze der mathematischen Logik werden durch einen Kurzschluß der Beschreibungsrelation bewiesen, z.B. durch Selbstbezug die Unvollständigkeitssätze bei Gödel und Turing oder durch Kodierung der Beschreibungsrelation als Relation innerhalb einer mathematischen Struktur der Erste Satz von Lindström.

Viertens. Wird die mathematische Logik herkömmlicherweise als die mathematische Theorie des mathematisch Beschreibenden angesehen, so gilt die Mengenlehre als komplementäre Basistheorie des Beschriebenen. Alle mathematischen Strukturen werden heute als Mengen aufgefaßt. Nicht allzu verkürzt kann man die Gleichung aufstellen: "Mathematik = Logik + Mengenlehre". Unter den Axiomen

der Mengenlehre gibt es nun solche, die ausdrücklich Bezug nehmen auf die mathematische Logik! Locker gesprochen, haben z.B. die "Aussonderungsaxiome" die Form: "Hat man eine beliebige Aussage der Prädikatenlogik und eine beliebige Menge, dann kann man aus dieser Menge alle die Elemente aussondern, auf die diese Aussage Satz zutrifft - und erhält dadurch wieder eine Menge."

Fünftens. Ein weiteres Indiz für die Fiktivität der mathematischen Beschreibungsrelation liefert die mathematische Praxis. Die Begriffe der Mathematik treten konkret als hingeschriebene Symbole in Erscheinung, links vom Zeichen " $\models$ " als beschriebene, rechts davon als beschreibende. Auf den ersten Seiten logischer Lehrbücher unterscheidet man oftmals beschreibende und beschriebene "Seinsweise" der Symbole konkret, etwa indem man rechts vom " $\models$ " die Symbole in Fettdruck, links aber mager hinschreibt. Nachdem die Initiationsriten überstanden sind, verschwindet diese sophistische graphische Differenzierung aber zumeist im Rest des Buches wieder.

2.2.2 "Aufbau der Physik"

In diesem nun schon einige Male angeführten Werk unternimmt es C.F. von Weizsäcker, konkrete mathematische Formulierungen der Quantenmechanik aus einer rein methodologischen Basis abzuleiten. Dabei wird der (Kantsche) Gedanke umgesetzt, daß eine Physik jedenfalls dann eine stimmige Theorie unserer Erfahrungen ist, wenn sie die Bedingungen der Möglichkeit eben dieser Erfahrung beschreibt. Ein großer Teil dieses Programms wird im "Aufbau der Physik" bewältigt. Der Bogen von einer methodologisch klar eingeordneten Darstellung unserer Beobachtungspraxis bis zur mathematischen Gestalt einer sehr allgemeinen Quantenmechanik wird kraftvoll gespannt.

Der Kurzschluß der Beschreibungsrelation verbirgt sich bei diesem Programm schon im Kantschen Grundgedanken. Es wird nicht die Realität an und für sich zu beschreiben beansprucht, sondern vielmehr

"nur" unsere Realität, jenes Gesicht der Schöpfung, das sie uns auf unser Fragen hin zuwendet. Die Grundbegriffe der Theorie werden direkt aus einer gewissen Auffassung unseres Beobachtens/Beschreibens abgeleitet.

Zu einer Beurteilung von Anlage und Ausführung jenes Programms fehlt mir die Kompetenz. Dennoch durfte das Unternehmen von C.F. von Weizsäcker hier nicht unerwähnt bleiben. Es stellt in mancher Hinsicht genau den zu meinem Ansatz komplementären dar. Aus dieser Komplementarität ergeben sich fast nur gegensätzliche Gedanken. Im Vorgriff auf spätere Abschnitte möchte ich diese Gegensätze hier schon einmal aufzählen:

Bei von Weizsäcker führt die Klärung des Beobachtungsbegriffs zum Grundbegriffspaar Observable/Prognose und weiter zu einer probabilistischen Deutung unserer Wirklichkeit, zu einem nichtdeterministischen, auf elementarer Ebene reversiblen Universum. Reversibler Nichtdeterminismus und der Pfeil der Zeit werden durch (sogar: als) die logisch geklärte Grundstruktur des Beobachtens erklärt.

In meinem Versuch dagegen wird ein irreversibles deterministisches Universum nahegelegt, in welchem der Pfeil der Zeit vor jeder Beobachtung konstitutiv für jede Zeitlichkeit ist (vgl. 2.5, 3.2.2, 3.12). Der Begriff der Observablen kommt, wenn überhaupt, höchstens in einem sehr fortgeschrittenen Stadium der Theorie als abgeleiteter Begriff ins Spiel.

Die Genauigkeit der (elektro-)quantenmechanischen Naturbeschreibung ist so überwältigend, daß meine Versuche klarer Unfug wären, wenn sie nicht irgendwie mit der Quantenmechanik in Einklang gebracht werden könnten.

Soweit ich mich in der Physik zu bewegen getraue, scheint mir das möglich (3.2.2, 3.12). Sollten sich meine Gedanken tatsächlich als durchführbar erweisen, dann hätten wir mit den evolutionären Logiken einerseits und der Quantenmechanik in der Deutung durch von Weizsäcker andererseits zwei kompatible Ansätze, die an der "Benutzeroberfläche" so verschieden sind wie fast nur denkbar.

Ich vertraue darauf, daß die Realität uns mit einer wunderbaren

"epistemologischen Benevolenz" gegenübersteht. Sie kann aus den verschiedensten Perspektiven heraus gesucht und gefunden werden. Die Realität bleibt keine Antwort schuldig, und sie wird in der Sprache des Fragenden gegeben.

2.2.3 Evolutionäre Erkenntnistheorie

Diese methodologische Perspektive erklärt die Passung zwischen unseren Begriffen und der Realität dadurch, daß nur eine solche Übereinstimmung das Entstehen/Überleben unserer Spezies ermöglicht hat. Zumindest unsere Grundkategorien waren in grauer Vorzeit an ihr Realkorrelat in der Einheit der Lebensabläufe untrennbar angebunden. Raum- und Zeit"begriffe" halfen "uns" schon, unsere Bewegungen zu koordinieren, bevor "wir" noch unser selbst bewußt werden konnten und das ganze methodologische Elend des freien, nicht länger dem momentanen Geschehen verhafteten Denkens seinen Lauf nehmen konnte.

In der evolutionären Entstehung zumindest unserer Basisbegriffe offenbart sich also hier die Einheit von Beschreibendem und Beschriebenem.

Die Evolutionäre Erkenntnistheorie hat über diesen blanken Grundgedanken hinaus schon viele Einsichten über unser Erkenntnisvermögen erarbeitet. Der Weg von der "Evolutionären Erkenntnistheorie" G. Vollmers zu einer anwendbaren Methodologie der Naturwissenschaften ist indes noch weit. Die Reichhaltigkeit und argumentative Geschmeidigkeit des heute "klassischen", auf der semantischen Trennung beruhenden methodologischen Kanons (bzw. gemischten Chores: Popper, Carnap, Lakatos und viele, viele andere) kann die Evolutionäre Erkenntnistheorie natürlich erst nach und nach einholen. Wenn sich meine Ansätze als tragfähig erweisen sollten, dann könnten sie vielleicht helfen, diesen Weg auszubauen.

2.2.4 Philosophische Hermeneutik

Die Behandlung von Evolutionen und das damit gegebene Problem im voraus nicht eingrenzbarer Beschreibungsbegriffe sind traditionell Aufgabe der Geisteswissenschaften. Die philosophische Disziplin, die sich mit den einschlägigen Aspekten der Geisteswissenschaften beschäftigt, ist die Hermeneutik. Es muß lehrreich sein zu untersuchen, auf welche Weise dort die Kluft zwischen Beschreibendem und Beschriebenem überbrückt wird.

Leider ist meine philosophische Bildung sehr lückenhaft. So möchte ich hier nur - mit allen Vorbehalten, ob ich's auch recht verstanden habe - darauf hinweisen, daß H.-G. Gadamer das zu Beschreibende dem Beschreibenden sehr stark angleicht. In "Wahrheit und Methode" grenzt er den eigentlichen Gegenstand des hermeneutisch zu Beschreibenden (Auszulegenden) auf sprachliche Quellen ein. Auf der Seite des Beschreibenden ist für Gadamer Verstehen im wesentlichen sprachlich. Diese Sprachlichkeit auf beiden Seiten der Kluft wird von entfremdenden historisierenden bzw. psychologisierenden Vorurteilen gereinigt, bis sich das Verstehen gleichsam im durchsichtigen Raum einer einheitlichen abstrakten Sprachlichkeit vollziehen kann. Mit allen Vorbehalten gesagt: auch hier wird Beschreibendes und Beschriebenes als von derselben - geistigen - "Seinsweise" dargestellt.

2.3 Semantische Trennung und Erkenntnisproblematik hin oder her - die Naturwissenschaften haben eine große und einfach zu verstehende schöpferische Kraft.

Die schöpferische Kraft der Naturwissenschaften äußert sich in der theoretischen Ableitung bisher noch nie beobachteter Phänomene. Im kanonischen Vorgehen der Naturwissenschaften werden solche abgeleiteten Phänomene natürlich gleich experimentell geprüft, was zu einer Revision der Theorie führen kann usw. Dieses naturwissenschaftliche Vorgehen haben wir uns

verboten. Wenn wir die schöpferische Kraft naturwissenschaftlicher Theorien ausnutzen wollen, dann dürfen wir aber auf die Theorien nicht verzichten. Da wir auf Evolutionen natürlich erst recht nicht verzichten können, eine Trennung zwischen beschreibenden Theorien und beschriebenen Evolutionen aber tabu ist, müssen wir Theorien und Evolutionen als ein und dasselbe aufzufassen lernen.

Wir betreiben also ein "Glasperlenspiel", oder vornehmer mit Stegmüller ausgedrückt: wir nehmen eine "non-statement view" ein. Uns interessiert die sich aus einer Theorie ergebende "theoretische Realität" als Welt mit eigenem Existenzrecht. Wir untersuchen so viele Realitäten, wie uns Theorien einfallen. Wir verzichten zunächst einmal auf das endlose Nachbessern der Theorie nach den Ansprüchen einer nie so recht zufriedenzustellenden Natur. Wir wollen zwar letztthin auch unsere eine "reale" Realität verstehen lernen. Aber wir wollen sie in Kontrast zu anderen möglichen Realitäten verstehen lernen, gleichsam so wie ein Auslandsreisender seine Heimat verstehen lernt.

Jene schöpferische Kraft der Theorie entspringt unter anderem ihrer Exaktheit. Sie treten als mathematische Kalküle auf. Mit präzisen Werkzeugen lassen sich "wohlgefügte" Werke errichten.

Die Exaktheit der Werkzeuge reicht aber noch nicht. Sie müssen auch "gut in der Hand" liegen. Es muß Spaß machen, mit ihnen zu arbeiten. Die Eleganz der Kalküle ist nicht nebensächlich! Schönheit und Klarheit eines Kalküls spiegeln unser Verständnis sehr allgemeiner Formen gesetzlicher Zusammenhänge. Ein häßlicher Kalkül läßt keine klaren Gedanken aufkommen.

2.4 Verallgemeinerte Computerläufe als "theoretischen Realitäten"

Was wollen wir nun genauer unter diesen theoretischen Realitäten verstehen? Als erste Beispiele bieten sich Computersimulationen realer komplexer Vorgänge an, etwa von Kernreaktionen, Strömungen, Galaxienclustering, chemischen Reaktionen, biologischer

Morphogenese, Ökotypentwicklung, Populationsentwicklungen oder gar soziologischen Abläufen. Darüberhinaus kommen zwanglos "Simulationen" abstrakterer Systeme als Beispiele in Betracht, etwa von zahlentheoretischen Progressionen, von dynamischen Systemen, die durch die verschiedensten Sorten von Gleichungssystemen definiert werden, von Turingmaschinen oder Zellularräumen.

Entscheidend ist nicht, daß wir eine "anschauliche", ja eine überhaupt irgendwie "interpretierbare" Darreichungsform von Evolutionen vor uns haben. Entscheidend ist die Kalkülisierbarkeit, wofür "Computersimulation" nur eine Metapher ist.

Wir werden weit über die eben gegebenen Beispiele hinaus einfach jeden Computerlauf oder eine effektive eins-zu-eins-Repräsentation eines solchen als theoretische Realität akzeptieren. In diesem Sinne wollen wir anstelle des farblos-unbeholffenen Ausdrucks "theoretische Realität" in Zukunft einfach "Run" verwenden. Wir schließen ausdrücklich auch Runs mit unendlicher Laufzeit und unendlichem "Platzbedarf" ein. Im Unterschied zum rekursionstheoretischen Begriffs eines Maschinenlaufs wollen wir nicht nur unendliche Zukünfte, sondern auch unendliche Vergangenheiten erlauben. Runs sind also hauptsächlich dadurch charakterisiert, daß sie eine effektive, d.h. im Prinzip Computer-lauffähige Übergangsfunktion besitzen. Wir werden bei Bedarf (in 3.12) diese Begriffsbildungen noch präzisieren.

Nicht alle Runs werden zu qualitativer Produktivität führen. Ja, wir werden später noch zu der Auffassung geführt werden (vgl. 2.6), daß unter den Beispielen der oben gegebenen Liste höchstens die beiden letzten Evolutionen sein können. Wenn wir betonen wollen, daß ein Run evolviert, so wollen wir ihn ev-Run nennen.

Ich möchte noch einmal betonen, daß wir bewußt darauf verzichten wollen, einen Run als Simulation, als Beschreibung eines konkreten Realitätsausschnitts aufzufassen. Da mir dieser Punkt so wichtig ist, gestatte ich mir ohne Furcht vor Wiederholung noch einige Erläuterungen.

Wird ein "klassisches", nicht-komplexes physikalisches Experiment sowohl real durchgeführt als auch rechnerisch simuliert, so kann die Simulation mit gutem Recht als Beschreibung jenes einen Experimentes gelten. Das ist sinnvoll, weil der prinzipiell beschnittenen "Expressivität" von endlich programmierbaren Simulationen der mit endlich vielen Begriffen in allen relevanten Aspekten beschreibbare Experimentalaufbau entspricht. Diese "Beschreibungs-Endlichkeit" klassischer Experimente wird durch deren stabile Replizierbarkeit gewährleistet.

Anders ist es schon bei chaotischen, aber noch nicht evolutionären Vorgängen, z.B. bei Billardspielen, abgeschlossenen Gasvolumina oder turbulenten Strömungen. Hier kann ein reales Experiment bzw. ein beobachteter Wirklichkeitsausschnitt nur noch "im Prinzip" durch eine Simulation beschrieben werden. Der Schmetterlingseffekt garantiert, daß sich bei genügend langer Simulation die reale und die simulierte Systemtrajektorie im Phasenraum gründlich voneinander entfernen. Die Beschreibung durch Simulation trifft nur noch statistische, typisch thermodynamisch-ergodische Aspekte der Realität, aber nicht mehr konkrete einzelne reale Entwicklungen. Aber noch "funktioniert" hier die Beschreibung insofern, als in der Realität und in der Simulation je dieselben, endlich vielen, sich nicht verändernden Begriffe zum Tragen kommen.

Bei evolutionären Vorgängen entfällt aber auch diese auf statistische Aspekte beschränkte Beschreibbarkeit. Wenn wir tatsächlich ein evolutionsfähiges Simulationsprogramm hätten, das in einer gewissen simulierten Epoche einen Realitätsausschnitt noch in beliebig guter, aber nicht perfekter Näherung wiedergibt, und diese Simulation dann nur lange genug laufen lassen würden - dann entspräche aufgrund eines "qualitativen Schmetterlingseffekts" irgendwann die Simulation auch "im Prinzip" nicht mehr der nachzuzeichnenden Realität. Eine solche "Simulation" z.B. der biologischen Evolution auf der Erde, noch zutreffend gestartet etwa in der Kreidezeit, würde der Schöpfung im Laufe der simulierten Jahrtausende eine Krone bescheren, welche uns vielleicht noch seltsamer vorkäme als jene kleinen grünen Männchen.

Nicht völlig identisch evolvierende ev-Runs entfernen sich im "qualitativen Phasenraum" beliebig weit voneinander und von jeder "Referenzrealität". In jedem ev-Run treten gegenüber jedem anderen immer "kleine grüne Begriffe" auf.

2.5 Resonanzkriterien

Durch die Einschränkung auf Runs haben wir das Problem der Überbrückung der Beschreibungsrelation nur in eine vielleicht lösbare Form gebracht, aber noch lange nicht gelöst.

Immerhin haben wir die zu behandelnden Evolutionen schon in die Sphäre der Mathematik, des Denkens gebannt. Damit haben wir aber vorerst nur das "zu Beschreibende" dem direkten Zugriff kalkülisierbaren Denkens angeboten. Alles echt Beschreibende ist jedoch noch, völlig unkalkülisiert, unserer Intuition, unserem Urteilsvermögen überlassen. Das will ich nun erläutern.

Nehmen wir an, wir wären im Besitz eines ev-Runs. Wir wollen ihn uns ganz anschaulich als eine lange, lange Papierbahn vorstellen, auf der ein evolvierendes Computerprogramm sich mittels eines Farbdruckers verewigt hat. Wir sehen also vor uns eine Abfolge von vielerlei Mustern: baumartige Verzweigungsstrukturen, Streifen, Durcheinander, mehr oder weniger periodische Gebilde... was ihr wollt. Ja, und da liegt auch schon der Hase im Pfeffer. Solche Muster in ihrer nicht vorab beschränkbaren Vielfalt können bislang nur wir Menschen mit unserem Urteilsvermögen in beliebiger Freiheit ausmachen. Computer können zwar - meist mit beträchtlichem Rechenaufwand! - je nach Programm bestimmte Klassen von Mustern finden. Aber welcher Unterschied zu unserer "diese-Wolke-sieht-aus-wie-ein-kleiner-Hund-Phantasie"! Der Computer folgt einem endlichen Algorithmus. Er schaut letztlich bloß in einer dem Ausmaß zwar vielleicht unbeschränkten, aber nur mit beschränkter Phantasie angelegten Musterliste nach. Die Muster, die er so "erkennen" kann, sehen sich alle irgendwie ähnlich. Es sollte einem an den Diagonalbeweisen der Rekursionstheorie geschulten

Mathematiker keine Schwierigkeiten bereiten, jedem solchen Mustererkennungsalgorithmus ein Muster vorzulegen, das er nicht erkennt. Die Muster, die das Programm erkennt, sind qualitativ alle gleich. Sie unterscheiden sich nur in wiederum endlich beschreibbaren Aspekten voneinander. Dagegen können wir im Prinzip stets qualitativ neue Muster entdecken. Unserer Phantasie sind keine Grenzen gesetzt.

Es ist zwar auch für uns offenbar nicht ganz leicht, auf wirklich neue Muster-Prinzipien zu kommen. Darüberhinaus ist es oft überaus schwer, "geahnte" neue Organisationsprinzipien auch klar zu formulieren. Wissenschaftlichen Revolutionen, die ja nichts anderes sind als die Entdeckung und Präzisierung neuer Muster-Prinzipien, sind diesen Schwierigkeiten entsprechend seltene Jahrhundertereignisse.

Diesen Schwierigkeiten zum Trotz: wir können's, und kein Computerprogramm macht's uns - bisher - nach. Letzteres ist gleichbedeutend damit, daß noch gar nicht effektiv definiert ist, was das eigentlich sei, ein Muster. Das Wort "Muster" entsprang eben der Vorstellung von Mustern auf großen bedruckten Papierbahnen. Wir hätten auch unsere alten Bekannten "Eigenschaft", "Phänomen" oder "Observable" verwenden können. Ein hinreichend allgemeiner, d.h. prinzipiell unbeschränkter Begriff der Eigenschaft ist noch gar nicht exakt definiert.

Das habe ich mit obiger Behauptung gemeint, daß das echt Beschreibende noch völlig an unser Urteilsvermögen gebunden ist.

Ob eine effektive Definition von "Eigenschaft" überhaupt möglich ist? Es scheint auf den ersten Blick nicht so. Wegen der engen Verwandtschaft von Observablen mit Prognosen (vgl. 2.1) hätten wir nämlich mit jener Definition auch ein effektives Verfahren zu einer unbeschränkten Hypothesenerzeugung in der Hand. Aber: "Es ist eine ungelöste und wohl unlösbare Aufgabe, einen Algorithmus ... anzugeben, nach dem eine sinnvolle ... Hypothese ... gefunden werden kann." (G. Vollmer, Evolutionäre Erkenntnistheorie, 4. Aufl., p. 107.)

Das ist also eine große, große, vielleicht unlösbare Aufgabe: eine mathematisch exakte Formulierung eines hinreichend offenen Begriffs der Eigenschaft, des Phänomens zu geben. Wir wollen diese Aufgabe mit einer Volte angreifen.

Wir wollen den Begriff des Phänomens so sehr offen fassen, daß wir das "Phänomenale", das "Wie" am Phänomen gar nicht mehr erfassen. Wir suchen ein effektives Kriterium, mit dem wir zwar im Strom des Geschehens Eigenschaften (Phänomene, Muster, Erscheinungen, Dinge, Eigenschaften, Gesetzmäßigkeiten - : jedes irgend "Erkennbare") isolieren können, aber: dieses Kriterium soll nur die schiere Anwesenheit von Eigenschaften indizieren, ihr "Daß", aber nicht ihr "Wie". Nur so scheint mir ein qualitativ offenes Kriterium möglich. Aus später ersichtlichen Gründen soll diese gesuchte Kostbarkeit Resonanzkriterium heißen.

Mit einem kalkülisierbaren Resonanzkriterium könnten wir dann in den ev-Runs "beschreiben", ohne von außen unser Urteilsvermögen zu bemühen. Die Kluft zwischen Beschriebenem und Beschreibendem wäre geschlossen. Da dieser Lohn märchenhaft ist, sind die Schwierigkeiten, die seiner Erlangung im Weg stehen, wahrscheinlich feuerspeiende Ungeheuer.

2.6 In ev-Runs müssen wir streng zwischen der einen Regel und den vielen Regelmäßigkeiten unterscheiden.

Alles Beschreibbare, jede Observable, jede Meßgröße ist nur in nichtverschwindenden Zeitabschnitten meßbar, d.h. eben als Meßgröße definiert - nicht zu einem Zeitpunkt. Eine - deterministische oder nichtdeterministische - Übergangsfunktion aber bezieht sich nicht auf Abschnitte, sondern auf Punkte. Sie verkettet gleichsam Punkte, die für sich genommen sinnlos sind, zu intelligiblem, beobachtbarem Geschehen. Die Übergangsfunktion, das Grundgesetz, das die Dynamik des Systems bestimmt, ist keine Observable, sondern konstituiert alle Observablen erst "im Laufe der Zeit". Es konstituiert überhaupt

erst das Geschehen - es konstituiert die Zeit selbst.

Eigenschaften, Observable, die sich einer strengen mathematischen Beschreibung unterwerfen lassen, wollen wir künftig Regelmäßigkeiten (Plural möglich!) nennen. Die Übergangsfunktion eines Systems, die dessen Dynamik erzeugt/ist, wollen wir die Regel (stets Singular!) dieses Systems nennen.

Beispiele für Regelmäßigkeiten sind alle "Gesetze" der Physik. Ob die physikalische Realität auch durch ein angebbares Gesetz in unserem Sinne "angetrieben" wird, weiß heute noch niemand. (vgl. 5.6)

Regelmäßigkeiten beschreiben wir mathematisch in der Form von Gleichungen, d.h. als Aussagen. Die Regel eines Runs geben wir als Übergangsfunktion an, d.h. als Befehl.

Nun kann der Physiker zum Beispiel für die angewandte Aerodynamik wichtige Aspekte von Luftströmungen durch (Navier-Stokes-)Differentialgleichungen beschreiben. Aus diesen Gleichungen kann er dann mittels einiger ziemlich direkter formaler Manipulationen eine Übergangsfunktion, ein Computerprogramm zur Simulation von Strömungsvorgängen ableiten. Ist der Unterschied zwischen Regelmäßigkeiten und Regel also nur eine Formsache?

Hier kommen wir an einen der zentralen Punkte, mit denen meine Arbeit steht und fällt. Wohl kann man in der Physik vielleicht aus jedem "physikalischen Gesetz", aus jeder in Gleichungen gefaßten Regelmäßigkeit direkt eine "lauffähige" Übergangsfunktion machen. Es besteht dann höchstens ein oberflächlicher formaler, aber kein ernstzunehmender kategorialer Unterschied zwischen Regelmäßigkeit und der Regel. Aber: die so erhaltenen Runs evolvieren nicht. Sie laufen bloß.

Eine Strömungssimulation bleibt eine Strömungssimulation bleibt eine Strömungssimulation. Sie ist nicht qualitativ produktiv. Ich glaube, kein Computerrun, der von einer beobachteten Regelmäßigkeit, einem "physikalischen Gesetz", einer Gleichung gezeugt wurde, kann evolvieren. Dieser Glaube gründet auf einem ganz einfachen Gedanken. Wenn wir von einem qualitativ beschränkten Kreis von Beobachtungen ausgehen - und endlich viele endlich mitteilba-

re Beobachtungen sind immer qualitativ beschränkt - , und diese in Gleichungen umkristallisieren, dann steckt in diesem Gleichungssystem höchstens die "qualitative Potenz" jenes endlichen Kreises, und die ist beschränkt. Aber Evolutionen verlassen jeden beschränkten Kreis.

Es kommt mir widersinnig vor, aus einer Evolution (etwa unserer physikalischen Realität) einen qualitativ beschränkten Kreis von Beobachtetem herauszugreifen, und aus diesem "Realitätskastrat" dann wieder den Funken der qualitativen Produktivität herausschlagen zu wollen.

Deshalb meine ich auch, daß die meisten Beispiele der Liste vom Anfang von 2.4 keine Evolutionen sind.

Nur wenn die Regel nicht auf etwas Beobachtbares reduzierbar ist, - insbesondere, nur wenn es selber nicht beobachtbar ist -, kann es vielleicht Evolutionen erzeugen.

2.7 Über ein "Daß" reden, ohne ein "Wie" zu verwenden: Entitäten

Für jenes "Daß" aus 2.5, für jene durch ihr bloßes Vorhandensein gegebenen Träger von Eigenschaften, Phänomenen, Regelmäßigkeiten etc., für jenes im Strom des Geschehens nicht zu Beschreibende, höchstens zu "Isolierende", für diese ganz und gar gesichts- und henkellosen Etwasse wollen wir einen Namen einführen: Entitäten.

Es ist eine verzwickte Sache, über Entitäten reden zu müssen, ohne schon ein Resonanzkriterium in der Hand zu haben. Versuchen wir einmal, Beispiele von Entitäten anzugeben! Gut. Beispiele sind: Gelbes; der gelbe Buntstift, der da vor mir auf dem Schreibtisch liegt; das Universum; die Regeln des Tennissports; das Wimbledon-Finale 1989. Alles, was nur irgend in einem Wörterbuch, einer Enzyklopädie oder der Phantasie eines Menschen thematisiert werden kann, ist eine Entität.

Das Verzwickte ist nun, daß unser Denken und Reden so überwältigend stark auf dem Erkennen/Zuweisen von Eigenschaften beruht. Es

ist vielleicht menschenunmöglich, den Buntstift da auf dem Schreibtisch nicht als ein unabsehbares Bündel von Eigenschaften zu sehen, zu erkennen, denkend zu behandeln. Ich sehe ihn eben als "den Stift da", ich sehe ihn nicht als ein aller Attribute entledigtes "Daß", denn dann sähe ich ihn überhaupt nicht, auch nicht vor meinem geistigen Auge.

Wir befinden uns in dem Dilemma, daß wir einerseits Entitäten als "nackt" behandeln wollen, ohne Rückgriff auf ihre Fähigkeit, Eigenschaften zu "tragen". Andererseits müssen wir uns auch irgendwie über Entitäten unterhalten, müssen uns irgendetwas darunter vorstellen können, bevor wir noch das güldene Schlüsselchen eines Resonanzkriteriums in der Hand haben. Dies Dilemma müssen wir vorerst einfach aushalten. Es führt auch dazu, daß in der eingangs angegebenen Liste gleichzeitig Gattungs- und Individualbegriffe auftraten. Mehr in 5.4.

In der verwirrend kontra- bzw. sogar nicht-intuitiven Welt der Entitäten müssen wir uns nun etwas bewegen lernen. Dem sind die folgenden Abschnitte 2.8 bis 2.12 gewidmet. Wir wollen einige zentrale Aspekte von Entitäten herausarbeiten. Diese Aspekte sollen "fruchtbar" sein, indem sie die qualitative Produktivität der durch sie gekennzeichneten Entitäten garantieren.

2.8 Erster Aspekt: "Henne = ...Ei → Küken → Adultes → Suppenhuhn..."

Das will ich den diachronischen Aspekt nennen. Entitäten bewahren durch den Lauf der Zeit hindurch bei wechselndem Erscheinungsbild ihre Identität. Beispiele gibt es in Fülle. Welches Stichwort im Brockhaus bezeichnet nicht etwas, das sich im Laufe der Zeit verändert oder verändert hat?

Was unser gesuchtes Resonanzkriterium als Entität im Strom des Geschehens isoliert, muß selber einer Entwicklung unterliegen können. Entitäten sind Evolutionen innerhalb einer Evolution.

2.9 Zweiter Aspekt: "Henne = Füße + Rumpf + Flügel + Kopf ..."

Das will ich den hierarchischen Aspekt nennen. In einer Entität treten "Unter-Entitäten" zusammen. Auch für diese Zerlegbarkeit in Komponenten liefert der Brockhaus Beispiele, so viel man will.

Die Komponenten müssen nicht kleiner, einfacher, primitiver als das Ergebnis ihres Zusammentritts sein. Ein Beispiel sind die - oft zirkulären - Erklärungsfiguren in der Psychologie, nach dem Muster: "Liebe = Lust + Freundschaft + ...", und gleichzeitig: "Freundschaft = Liebe + Interesse + ...". Ähnliche Beispiele finden sich, soweit ich das beurteilen kann, in der Elementarteilchenphysik.

Wenn man eine Entität als Zusammenschluß anderer aufzufassen lernt, dann wird jene Entität durch ihre Komponenten und die Struktur des Zusammenschlusses "erklärt". Wohlgemerkt bezieht diese Erklärung ihre Kraft nicht daraus, daß die Komponenten irgendwie logisch einfacher als ihr Produkt sind. Sondern daß unser Fragen kurzzeitig zum Verstummen gebracht wird, vollzieht sich durch den blanken Akt der Darstellung: das ist so und so. Mysterium der Erklärung!

Durch den hierarchischen Aspekt kommt das bekannte Münchhausen-Trilemma ins Spiel. Wenn wir Entitäten fortgesetzt in Komponenten zerlegen wollen, dann müssen wir uns zwischen den drei Hörnern des infiniten Regresses, des Abbruchs auf einer (willkürlichen oder "tatsächlichen") Basisebene oder des Einmündens in Erklärungszykel entscheiden. Unser gesuchtes Resonanzkriterium muß irgendwie mit dem Münchhausen-Trilemma fertigwerden.

2.10 Der diachronische und der hierarchische Aspekt sind untrennbar miteinander verknüpft.

Die Komponenten einer Entität müssen irgendwie "verleimt" sein, um zusammen eine funktionierende Ganzheit zu bilden. Diese "Ver-

leimung" ist nur im zeitlichen Ablauf, nur als Interaktion der Komponenten näher aufzuschlüsseln. In Interaktionen verändern sich aber die beteiligten Entitäten diachronisch, ja, diachronische Veränderungen einer Entität sind schwer anders zu erklären als durch "externe" Interaktionen (der Entität mit anderen Entitäten), durch "interne" Interaktionen (der Komponenten der Entität untereinander), oder durch Mischungen daraus. Der diachronische Aspekt gewährleistet, daß wir Interaktionen zwischen sich durch diese Interaktionen verändernden Entitäten überhaupt definieren können.

Diesen Komplex aus diachronischem und hierarchischen Aspekt möchte ich zusammenfassend den funktionalen Aspekt nennen.

Betrachtet man Evolutionen unter dem funktionalen Aspekt, so kann man die Entitäten nicht mehr unterscheiden nach "Gegenständen" einerseits und nach "Gesetzen" andererseits. Jede Entität ist sowohl Argument wie Funktion, Begriff wie Aussage, Vokabel wie grammatische Regel, Komponente wie System, untergeordneter Baustein wie übergeordneter Organisationsplan, Substanz wie Form, Baustein wie Bauanleitung, kindlich dem Moment verhafteter Zögling wie weitsichtige Erzieherin... - oder welches mehr oder weniger geistreiche Begriffspaar man noch finden mag. Eine Entität ist in diesem Sinne Baustein, insofern sie als Komponente in hierarchisch übergeordneten Entitäten auftritt. Sie ist Bauanleitung, insofern sie die Interaktionen der ihr hierarchisch untergeordneten Komponenten koordiniert. Sie ist "dem raschen Wechsel seiner Aufmerksamkeit anheimgegebenes Kind", insofern sie als Komponente sich i.a. viel schneller diachronisch ändert als ihre plangebende, relativ stabile äußere Bedingungen gewährende "Erzieherin", die übergeordnete Entität. Wir werden über die hier nur angedeutete Abhängigkeit des Zeitmaßstabes der diachronischen Veränderung in Abhängigkeit von der hierarchischen Stellung in 3.15 noch ausführlicher sprechen.

Das Wechselspiel zwischen diachronischem und hierarchischem Aspekt und die dadurch bedingte Auflösung der Unterscheidbarkeit von Gegenstand und Gesetz hängt hinwiederum eng mit der qualita-

tiven Produktivität zusammen. In Evolutionen entstehen neue Entitäten oft, vielleicht auch immer dadurch, daß - bildlich gesprochen - "Gesetze in Resonanz geraten" und so neue, relativ stabile Zusammenhänge, eben "Gegenstände" erzeugen. Ein Beispiel dafür ist das Wasserstoffatom als "Lösung", als "energieminimierende, daher stabile Insichfaltung" eines dynamischen Gesetzes, nämlich der entsprechenden Schrödingergleichung. Ein anderes Beispiel ist die "Selbstorganisation" einer transienten Wahrnehmung in eine erinnerbare "gute Gestalt". Dinge "sind" in dieser Sicht relativ stabil rückgekoppelte Abläufe. Über solche Stabilitätsfragen werden wir in 3.6 noch ausführlicher sprechen.

Entstehen in dieser Sicht Dinge synthetisch aus Gesetzen, so lassen sich umgekehrt zumindest manche Gesetze durch Analyse von Dingen deuten. Das betrifft zunächst Gesetze, deren Gültigkeit auf eine gewisse Epoche der Evolution beschränkt ist. Ein Beispiel sind Verfassungen von Staaten. Sie lassen sich gar nicht ohne das "Ding", den Staat, denken. Aber selbst die heute so vertraut erscheinenden "grundlegenden" physikalischen Gesetze sind möglicherweise an Epochen gebunden. Ich denke da in erster Linie an die Symmetriebrechungen, die nach moderner Vorstellung beim Abkühlen des Universums einige Gesetze erst in ihre heute vertraute Form entlassen haben. Ferner denke ich an Spekulationen über langsame Veränderungen mancher Natur"konstanten", etwa der Gravitationskonstanten. Man kann darüber streiten, ob zeitabhängige Regelmäßigkeiten überhaupt als "Gesetze" anerkannt werden sollen - für eine evolutionäre Logik sind sie jedoch gerade die interessantesten.

2.11 Der diachronische und der hierarchische Aspekt scheinen mir unverzichtbar.

Erstens kann ich mir Entitäten nicht ohne einen gewissen nichtverschwindenden zeitlichen Bestand vorstellen (vgl. 3.13). Zweitens kann ich mir einen Kosmos nur vorstellen, wenn die Entitäten darin sinnvoll miteinander wechselwirken, und Entitäten durch ande-

re, Entitäten "erklärbar" sind. Drittens scheint mir der funktionale Aspekt eine Mindestgarantie für qualitative Produktivität zu gewähren.

2.12 Dritter, naheliegender, aber verbotener Aspekt: "Henne = Leghornhenne, Auerhenne, Wachtelhenne ..."

Das will ich den Abstraktionsaspekt nennen. Wenn wir in ein Gewirr von Entitäten gedanklich Ordnung bringen wollen, dann wirkt i.a. dieser dritte Aspekt noch vor den erstgenannten ordnungsstiftend. Um seine Sonderrolle prononciert auszudrücken: Im Abstraktionsaspekt begegnen wir einer eigentlichen Leistung unseres Denkens, seine angestammte Bühne ist unser Verstand - die vorgenannten Aspekte wirken dagegen auch ohne unser Zuschauen oder Mit-tun in der physikalischen Realität oder den Runs. Das Funktionieren ihres Körpers, die stetige diachronische Verbindung zwischen Ei und Henne, der hierarchisch artikulierte Aufbau ihres Organismus' ist für die Henne lebensnotwendig, ob wir uns darüber Gedanken machen oder nicht. Andererseits ist es für den Fortgang der Schöpfung inklusive allen Federviehs völlig unerheblich, daß meine kleine weiße Zwerghenne in gewisser Weise dasselbe ist wie deine große braune Auerhenne.

Man könnte einwenden: Ohne Abstraktion kann auch die Henne nicht überleben. Sie muß z.B. wirkungsvoll Raubtiere verschiedener Gestalt und Größe als Feind "klassifizieren" können. Ja, sogar ein Wasserstoffatom leistet Vergleichbares: es kann mit gewissen anderen Atomen oder Molekülen Bindungen eingehen, mit anderen nicht.

Solchen Einwänden möchte ich entgegnen, daß hier gleichsam vorprogrammierte, also qualitativ beschränkte "Abstraktionsleistungen" vorliegen. Was mir so spezifisch intellektgebunden vorkommt, ist nicht die Fähigkeit zu einer effizienten Klassenbildung überhaupt, sondern die Fähigkeit zur allgemeinen, nach nicht im voraus einschränkbareren Kriterien vorzunehmenden Klassenbildung.

Nicht von ungefähr machen entsprechende Aufgaben einen so großen Teil von Intelligenztests aus. Nicht zufällig gibt es für die Mathematik, diese reinkristallene Ausprägung unserer Intelligenz, durch die Mengenlehre eine Deutung als purer Klassenbildungsskalkül.

Die Klassenzugehörigkeiten einer Entität ergeben sich aus ihren Eigenschaften. Ja, "Klassen" sind nur ein weiterer Eintrag in unserer Synonymenliste, von der wir einen gehörigen Sicherheitsabstand einhalten wollten: Eigenschaften, Phänomene, Observable... Alles, was wir zur Abwehr dieser heiklen Liste schon angeführt haben, wendet sich auch gegen die Berücksichtigung des Abstraktionsaspektes als Charakteristikum von Entitäten.

Darüberhinaus zeigt sich im Abstraktionsaspekt besonders deutlich eine bisher noch nicht beleuchtete Facette der "Evolutionsunfähigkeit" des Eigenschaftlichen. Im Abstrahieren reißen wir das Abstrahierte aus seiner Zeitlichkeit heraus. Es wird zeitlos, einordenbar. Ordnung verträgt ihrem Wesen nach keine qualitativ offene Entwicklung. Was immer wir klassifizieren - wir töten es dadurch gleichsam und balsamieren es ein. Klassen sind als Dauerpräparate angelegt. Diese Starre, die die Abstraktion über ihre Gegenstände legt, kann am Wunsch nach klarem und gleichzeitig lebendigen Denken und Sprechen verzweifeln lassen. Wo Denken klar ist, ist es statisch und flach, wo es schöpferisch und lebendig ist, vollzieht es sich nicht mehr in distinkten, nach klarem Maß und Gesetz miteinander verknüpften Begriffen. Das Bewußtsein dieses Versagens ist eine allgemeine Kulturerkenntnis: "S p r i c h t die Seele, ach, so spricht die S e e l e nicht mehr."

In dieser Perspektive erscheint unser Programm plötzlich völlig hoffnungslos: Eine k l a r e Logik s c h ö p f e r i s c h e r Vorgänge zu entwerfen. Wir entkommen dieser Falle nur, wenn wir mit "Klarheit" nicht die Klarheit distinkter klassifikatorischer Kategorien meinen.

3. EIN LÖSUNGSANSATZ

Bis jetzt habe ich die Grundsätze entworfen, die mir für die Behandlung von Evolutionen passend erscheinen. Bis hierher erscheint mir das Vorgehen wenn auch nicht als Ganzes zwingend, so doch in sich so vernetzt, daß wohl keine bedeutenden innere Freiheitsgrade offenstehen.

Um zu konkreteren Aussagen, zu einem funktionsfähigen mathematischen Modell zu gelangen, müssen wir uns ab nun mehr oder weniger willkürlichen Einschränkungen auferlegen. Etwa ab hier könnte man auch vieles ganz anders machen. Der nun eingeschlagene Weg hat sich als mathematisch "schön" erwiesen, und er führt zu einigen interessanten Ideen. Einer tieferen Notwendigkeit gehorcht er nicht.

3.1 Zunächst wollen wir den Kreis der zu behandelnden Entitäten auf "Dinge" einschränken.

Als Vorbild für einen möglichst engen, aber nicht trivialen Entitätenbegriff bieten sich die naiv "körperlichen" Dinge mittlerer Größenordnungen an, anhand derer wir als Kinder lesen lernten - Bälle, Häuser, Blumen zum Beispiel. Ich möchte solch prototypische Entitäten Dinge nennen. Was können wir aus ihrer genaueren Betrachtung lernen?

Zunächst möchte ich solche Entitäten als unabhängig von uns real voraussetzen. Ich finde, Vorder- und Hinterhälfte eines Huhns gehören "objektiv" zusammen. Ein radikaler sprachlicher Relativismus ist für mich keine redlich-bescheidene Philosophie.

Schwierig wird es erst bei fortgesetzter Analyse oder Synthese. Ob Quarks oder das Universum objektiv definiert seien, will ich nicht entscheiden. Solange wir uns im Mittelbereich des Münchhausen-Trilemmas aufhalten, solange wir noch weiter zu zerlegen und zusammenzusetzen wissen, will ich mit gutem Gewissen von objektiv gegebenen Dingen reden.

Diese "objektive Definiertheit" benötigen wir nur als beruhigenden Untergrund für unser weiteres Vorgehen - ohne eine objektive Grundlage dürften wir nicht hoffen, je ein effektives Resonanzkriterium zu entdecken. In konkretere Aussagen wird die objektive Definiertheit nicht eingehen.

Glücklicherweise... bietet unser naives Vorverständnis einige "körperlichere" Kriterien der Dinglichkeit. Ihnen zufolge sind Dinge räumlich beschränkt; diese räumlichen "Kompartimente" bewegen sich auf zusammenhängenden, unverzweigten Trajektorien durch den absolut gedachten Raum. Das kann man von nicht naiv-dinglichen Entitäten wie Photonen oder Tennisregeln nicht behaupten.

Die Welt der Dinge ist nicht zu primitiv für unser Vorhaben. Schon im gegenständlich gesehenen Universum finden wir Evolutionen - zum Beispiel die biologische .

3.2 Die nächsten Wegscheiden sind die Alternativen diskret/kontinuierlich, deterministisch/nichtdeterministisch, lokale Wechselwirkung/Fernwirkung.

Ich möchte nun die zum Teil recht persönlichen Gründe angeben, warum ich mich jeweils für die erstgenannte Möglichkeit entschieden habe.

3.2.1 Diskrete Modelle sind mir aus folgenden Gründen lieber als kontinuierliche.

Erstens: Klares, "logisches" Denken hat für mich einen stark diskreten "Geschmack". Logik ist ja, ja, nein, nein.

Zweitens: Wir können zwar die reelle Zahlengerade etwa im Prädikatenkalkül logisch charakterisieren - aber wir verwenden dafür nur endlich viele diskrete Zeichen. Was wir über die reellen Zahlen wirklich wissen, läßt sich mit endlich vielen endlichen Axiomen und Schlußregeln festsetzen. Die überabzählbare Mächtig-

keit der reellen Zahlen ist effektiv eine Terra incognita.

Drittens: Das Kontinuum ist nur auf den ersten naiven Blick ein verständliches oder gar naheliegendes Modell von Raum oder Zeit. Bei genauerem Nachdenken schwindet die Schimäre eines klaren intuitiven Zugriffs auf das Kontinuum dahin. Man verwickelt sich in scheinbar längst überwundene archaische Paradoxien (Zenons fliegender Pfeil!), man muß zentrale Fragen durch willkürliche Setzungen entscheiden (Kontinuumshypothese!), oder man ergibt sich den Sirenengesängen des Auswahlaxioms (Nichtstandardanalysis!).

Viertens: Wann immer man kontinuierliche Modelle effektiv benutzt, indem man etwa konkrete Parameter berechnet oder sie "auf dem Rechner laufen läßt", verwendet man eine diskrete Näherung.

Fünftens: Die Natur scheint zumindest in Teilbereichen eine "körnige Basisebene" zu haben. Das steckt schon im Wort "Quantenmechanik".

Sechstens: Von I. Prigogine haben wir gelernt, daß qualitative Entwicklung an offene Systeme fern vom Gleichgewicht gebunden zu sein scheint. Aber ist das Weltall insgesamt in diesem Sinne offen, und ist es fern vom Gleichgewicht? Was sollen diese Begriffe hier überhaupt bedeuten? Und dennoch ist das Weltall eine einzige riesige Evolution! Ich glaube, daß man sich diese Schwierigkeiten schon mit der Entscheidung fürs Kontinuum eingehandelt hat. Unsere Welt, kontinuierlich gedacht, kann man immer wieder verfeinern, und man stößt dabei immer wieder auf neue offene Ausschnitte fern vom Gleichgewicht. Analog zur Planckschen Katastrophe der unendlichen Energie müßte man eigentlich eine Münchhausensche Katastrophe des unendlichen qualitativen Reichtums erleiden. Davor bringt man sich in trügerische Sicherheit, indem man "Systeme" nur auf einer oder wenigen Ebenen beschreibt. Doch warum ist diese Beschränkung überhaupt möglich? Warum herrscht in den unendlich vielen feineren Ebenen so viel qualitative Ruhe und Ordnung, daß die betrachtete höhere Ebene nicht in jedem Moment in neue qualitative Umstürze versetzt wird? Hier bleibt die "kontinuierliche Weltsicht" vorerst die Antwort schuldig.

3.2.2 Deterministische Modelle sind mir aus folgenden Gründen lieber als nichtdeterministische.

Erstens, zweitens und drittens: Sie sind mathematisch viel einfacher handhabbar.

Viertens: Ich fühle mich mit einem Weltbild wohler, in dem "Gott nicht würfelt".

Fünftens: Deterministische Modelle scheinen mir mit dem Weltbild der Quantenmechanik vereinbar zu sein. Das liegt einfach daran, daß die Übergangsfunktion (die eine Regel) einer anderen logischen Kategorie angehört als die beobachtbaren Regelmäßigkeiten der Quantenmechanik, die uns als nichtdeterministische Gesetze entgegentreten (vgl. 2.6). Die Nichtbeobachtbarkeit der Regel führt dazu, daß im Beobachtbaren stets Überraschungen auftreten, auch wenn die Regel deterministisch ist.

Soweit ich das verstehe, hat sich heute in der Physik weitgehend die Ansicht durchgesetzt, daß ein System durch seinen Quantenzustand vollständig beschrieben wird, d.h. daß es keine "hidden variables" gibt, und daß der quantenmechanische Zufall daher irreduzibel, "objektiv" sei. Mit dieser Ansicht scheint mir meine eigene durchaus vereinbar! Was meiner Meinung nach "hidden" ist und die Wirklichkeit "an sich" deterministisch macht, sind eben keine Variable, sondern etwas essentiell nicht Beobachtbares, etwas nicht in "Größen" Einbeschreibbares. Sondern "hidden" ist eben jene Regel, Gottes Handlungsanweisung. Ob eine solchen Regel in der physikalischen Realität überhaupt "existiert", entzieht sich vorerst unserem Urteil.

Wenn ich das recht verstehe, bedeutet dieser fundamentale Unterschied zwischen der Regel und den Regelmäßigkeiten auch, daß man die Allgemeine Relativitätstheorie und die Quantentheorie nicht vereinigen kann. Erstere versucht ja, Raum und Zeit selbst zu behandeln - sie zielt auf die Regel. Letztere aber beschreibt beobachtbare Regelmäßigkeiten.

3.2.3 Lokaler Wechselwirkung den Vorzug gegenüber Modellen mit Fernwirkungen zu geben, erfordert weniger heikle Begründungen als die beiden vorhergehenden Entscheidungen.

Erstens dürften Modelle mit Fernwirkungen rechnerisch völlig unzugänglich werden, wenn wir unbeschränkt viele wechselwirkende Entitäten haben.

Zweitens ist die Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit mit der Einsteinschen Separabilität eine der am fraglosesten anerkannten Annahmen der modernen Physik.

3.3 Die Einschränkung auf Modelle mit lokaler Wechselwirkung ist aber nur durchzuhalten bei der Behandlung von Entitäten nach dem Vorbild von Dingen.

Eine allgemeine evolutionäre Logik muß aber auch nicht gegenständliche Evolutionen wie z.B. Modelle des natürlichen menschlichen Denksystems behandeln können. Und da stoßen wir auf die Schwierigkeit, daß wir in unserem natürlichen Denken fast alle Begriffe paarweise irgendwie assoziativ miteinander verbinden können. Unser "Denkraum" ist gespickt mit "wormholes", seine topologische Struktur ist ein höchst dynamischer gordischer Knoten, der in unvorstellbarer Lebendigkeit ständig neue Verbindungen knüpft und löst. Die erträumte allgemeine evolutionäre Logik wird wohl "spontane Fernwirkungen" beziehungsweise einen topologisch beliebig komplexen und dazu noch dynamischen Raumbegriff berücksichtigen müssen.

3.4 Die einfachsten mathematischen Strukturen, die den bisherigen Forderungen genügen, sind wohl die Zellularräume.

Zellularräume haben in den letzten Jahren als abstrakte Modelle komplexer Systeme große Beliebtheit gewonnen. Es gibt heute eine

ausgedehnte einschlägige Literatur. So war es für mich naheliegend, mich mit ihnen zu beschäftigen. In den folgenden Abschnitten will ich die Ergebnisse dieser Beschäftigung so zusammenfassen, daß zum Verständnis keine Vorkenntnisse über Zellularräume benötigt werden.

3.5 Was sind Zellularräume?

Zunächst ein einfaches Beispiel eines Zellularraumes. Man stelle sich ein beidseitig unendliches Band vor, das in lauter gleichartige aufeinanderfolgende Abschnitte unterteilt ist - wie ein Filmstreifen in eine Abfolge von Bildfeldern unterteilt ist. Diese Abschnitte heißen Zellen und haben dem Ganzen seinen Namen gegeben. Ferner sei eine beliebige endliche Symbolmenge gegeben, das sogenannte Zustandsalphabet $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$. Das allgemein übliche Symbol "S" rührt vom englischen "state" her. Wählen wir für unser einfaches Beispiel als Zustandsalphabet $S = \{0, 1\}$! Nun beschriften wir völlig beliebig jede der Zellen des Bandes mit einem unserer Zustandssymbole, in unserem Falle also mit "0" oder "1". Das in allen Zellen beschriftete Band nennen wir eine Konfiguration. Wir bezeichnen solche Konfigurationen mit dem (nach Bedarf indizierten) Buchstaben "C". Wenn das Zustandsalphabet mehr als ein Symbol enthält, gibt es sehr viele (kontinuum-viele) verschiedene solcher Konfigurationen. Anders ausgedrückt: jede einzelne Konfiguration enthält sehr viel Information. Für unsere Vorhaben deuten wir diese informationsreichen Konfigurationen als Darstellungen der möglichen Zustände eines komplexen Systems.

Man muß hier mit der Nomenklatur aufpassen. Aus historischen Gründen heißen die Symbole, mit denen wir die Zellen beschriftet haben, auch "Zustandssymbole" oder einfach "Zustände". Andererseits spricht man in der Theorie dynamischer Systeme auch von "Zuständen", wenn man den Gesamtstatus des betrachteten Systems meint. Wenn Verwechslungen drohen, möchte ich deshalb die Zustände der

einzelnen Zellen lokale und die Zustände des Gesamtsystems globale Zustände nennen.

Die vielen möglichen globalen Zustände eines dynamischen Systems bilden seinen Zustandsraum. Der Zustandsraum eines Zellularraumes ist also die Menge seiner Konfigurationen. Diesem Zustandsraum wollen wir nun eine Dynamik aufprägen. Das bedeutet nichts anderes, als daß wir zwischen den Konfigurationen eine zeitliche Abfolge definieren müssen. Genauer: zu jeder Konfiguration C_n müssen wir eindeutig eine Nachfolgekonfiguration C_{n+1} bestimmen. Das erledigen wir folgendermaßen. Wir legen das Band der zu bestimmenden, d.h. zu beschriftenden C_{n+1} "auf Lücke" unter die vorgegebene, d.h. schon beschriftete C_n :

(1)	...		0	0	1	0	1	1		...	C_n
	...		?	?	?	?	?			...	C_{n+1}

Wir bestimmen die Beschriftung von C_{n+1} mittels der lokalen Übergangsfunktion des Zellularraums. Diese Funktion wollen wir mit dem kleinen Buchstaben "f" bezeichnen. f ordnet jedem Paar von Zustandssymbolen ein weiteres Zustandssymbol zu. Für unser einfaches Zustandsalphabet $S = \{0,1\}$ wäre etwa durch

(2)	(a,b)	$f(a,b)$
	(0,0)	0
	(0,1)	1
	(1,0)	1
	(1,1)	0

eine lokale Übergangsfunktion definiert. Die "Beschriftungsaufgabe" (1) erledigen wir nun so, daß wir zu jedem "?" in C_{n+1} die beiden darüberstehenden, benachbarten Symbole in C_n feststellen, auf dieses Symbolpaar dann f anwenden und das Ergebnis anstelle des "?" einsetzen. Die Bestimmungen der einzelnen Zellenbeschriftungen sind dabei unabhängig voneinander: der Übergang

von C_n zu C_{n+1} wird in den einzelnen Zellen "parallel" durchgeführt. Unsere lokale Übergangsfunktion aus (2) führt zu folgendem Ergebnis der Aufgabe (1):

$$(3) \quad \begin{array}{ccccccc} \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & \dots \\ \dots & & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \dots \end{array} \quad \begin{array}{l} C_n \\ C_{n+1} \end{array}$$

Durch f haben wir nun die gewünschte Dynamik auf dem globalen Zustandsraum bestimmt, denn nach dem eben skizzierten Muster können wir zu jeder Konfiguration eindeutig eine Nachfolgekonfiguration angeben.

Um die lokale Übergangsfunktion zu spezifizieren, bedient man sich vorteilhaft nicht der umständlichen Tabellenform (2), sondern man packt die Information von f in eine $k \times k$ -Matrix M , die Übergangsmatrix:

$$(5) \quad \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & \dots & j & \dots & k \\ \hline 1 & & & & & & \\ 2 & & & & & & \\ \vdots & & & & & & \\ i & \text{---} & \text{---} & \text{---} & M(i,j) & \text{---} & \text{---} \\ \vdots & & & & & & \\ k & & & & & & \end{array}$$

Wenn $f(s_i, s_j) = s_n$ ist, so setzt man $M(i, j) := n$. Für unsere einfache Übergangsfunktion aus (2) erhalten wir

$$(6) \quad M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Um einen Zellularraum zu definieren, reicht es also, eine $k \times k$ -Matrix M mit Einträgen aus der Menge $\{1, 2, \dots, k\}$ anzugeben. Der globale Zustandsraum, die lokale Übergangsfunktion und damit das

ganze dynamische System lassen sich aus M ersehen.

Dies einfache Konzept wird oftmals abgewandelt. So kann man beispielsweise als Argument der lokalen Übergangsfunktion anstelle der Paare von Symbolen längere Abschnitte der Vorgängerkonfiguration wählen. Die so erhaltenen Zellularräume lassen sich allerdings durch einfache Umformungen auch wieder als Zellularräume vom hier vorgestellten Typ darstellen. Man erhält also keine wesentlich neuen Zellularräume.

Eine wesentliche Erweiterung erhält man indes, wenn man auch höherdimensionale Zellularräume betrachtet. Das Raumgitter solcher Zellularräume ist dann nicht mehr ein eindimensionales "Band", wie wir es eben kennengelernt haben, sondern im zweidimensionalen Fall eine in gleichartige Zellen unterteilte Ebene etc.

Wir schließen diesen einführenden Abschnitt mit einer exakten Definition:

Definition (Version 1): Ein eindimensionaler Zellulärraum (Abkürzung: 1-ZR) ist ein Paar (S, f) , wo $S = \{s_1, \dots, s_k\}$ die k -elementige Menge von lokalen Zuständen ist und $f: S^2 \rightarrow S$ die lokale Übergangsfunktion.

(Version 2): Ein 1-ZR ist eine $k \times k$ -Matrix M mit Einträgen aus der Menge $\{1, 2, \dots, k\}$.

Die beiden Versionen dieser Definition sind eindeutig ineinander umformbar. Wir werden im folgenden ganz frei je nach den Umständen die eine oder die andere Version verwenden.

3.6 Eindimensionale Zellularräume kann man gut als abstrakte Modelle komplexer Systeme verwenden.

Seit der Einführung von Zellularräumen in den 40er Jahren hat man sich drei Jahrzehnte lang vor allem mit zweidimensionalen Zellularräumen beschäftigt. Mit ihnen lassen sich anschaulich die verschiedensten natürlichen und abstrakten komplexen Systeme modellieren: Autoreplikative Automaten, universale Rechenautomaten, biologische Zellgewebe, Populationen einer Tierart, Magnete,

Strömungen, Netzhäute, assoziative Speicher ... - und natürlich das fast schon allseits bekannte Computerspiel "Life". Zweidimensionale Zellularräume dienten lange Jahre als mathematisch simple und später dann vor allem auch als computerfreundliche Multifunktionswerkzeuge zur Behandlung der verschiedensten Aufgaben in den verschiedensten Disziplinen. Besonders in der Informatik entstand ein reichhaltiges Repertoire an interessanten Fragestellungen und heuristischen Problemlösestrategien, speziell bei Problemen der Mustererkennung, allgemeiner bei der Konstruktion "paralleler" Hard- und Software. Eine allgemeine mathematische Basistheorie, welche Zellularräume zum Objekt hat, wurde nicht in Angriff genommen. Zellularräume waren Mittel, nicht Zweck der verschiedensten Unternehmungen.

Das hat sich erst im letzten Jahrzehnt geändert, als verstärkt eindimensionale Zellularräume ins Blickfeld des Interesses gerieten. 1-ZRe sind mathematisch ungleich einfacher als ihre höherdimensionalen Kollegen, und sie verleiten nicht so sehr zu anschaulichen, sofort praktisch nutzbaren Deutungen. Sie sind so einfach, daß sie schon wieder nur abstrakt zu behandeln sind! Das Verdienst, mit ihrer Hilfe das Problem einer allgemeinen, fundamentalen "abstrakten Physik komplexer Systeme" erschlossen zu haben, gebührt wohl vor allen anderen E. Fredkin und S. Wolfram. Erstgenannter pflanzte die äußerst fruchtbare Idee, komplexe Systeme und parallele Algorithmen als Analogien voneinander zu betrachten, der Zweitgenannte brachte den ersten wirklich durchschlagenden Ordnungsgesichtspunkt in das Durcheinander der verschiedensten theoretischen Perspektiven, indem er die 1-ZRe in vier Klassen aufteilte. Bei dieser Klasseneinteilung müssen wir ein bißchen verweilen.

Wenn man zu einem endlichen Ausschnitt einer Konfiguration die Nachfolgekonfiguration bildet, von dieser wieder die Nachfolgekonfiguration, etc., und die erhaltene Folge von Konfigurationen dann untereinander hinschreibt, erhält man das Bild eines Ausschnitts aus einer Zellularraum-"Entwicklung". Mit einem Computer lassen sich solche Ausschnitte aus Zufalls-Startkonfigurationen

sehr bequem in großer Zahl erzeugen. Legt man nun einen bestimmten Zellularraum (S, f) fest und erzeugt aus vielen Zufalls-Startkonfigurationen solche Ausschnitte, dann ähneln diese einander alle in auffälliger Weise. Ein Zellularraum (S, f) führt also im wesentlichen unabhängig von der "Startkonfiguration" zu einem immer wiedererkennbaren "Charakter" von Ausschnitten. Wolfram hat diese Augenschein-Charaktere in vier idealtypische Klassen eingeteilt, die sich "auf einen Blick" voneinander unterscheiden lassen (vgl. Abb.1).

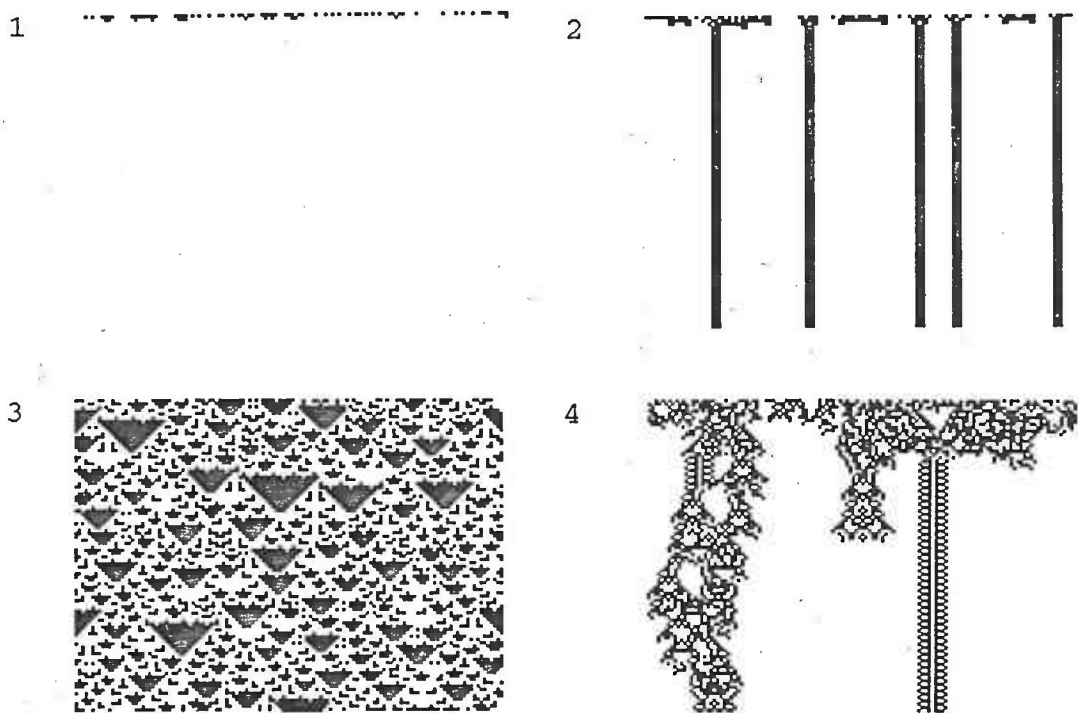


Abb.1: Die vier Wolframschen Klassen von 1-ZRen. Gezeigt sind Ausschnitte von Entwicklungen aus einer Zufallskonfiguration. Die Färbung schwarz/weiß entspricht einem Zustandsalphabet von zwei Symbolen. (Aus Scientific American, März 1984, p. 14)

Das "Verhalten" der vier Klassen kann man so beschreiben: Klasse 1 führt zu räumlich und zeitlich homogenem Verhalten, Klasse 2

führt zu zeitlich homogenem Verhalten, Klasse 3 zeigt ergodisches Verhalten, und Klasse 4 schließlich zeigt "Selbstorganisation".

Diese Augenschein-Einteilung ist jedoch nur bei idealtypischen Vertretern eine klare Sache. Zellularräume können auf verschiedene Weisen "überlagert" werden. Es ergeben sich die unterschiedlichsten Mischformen. Zwar kann man die vier Klassen, sofern sie in "reinen" Vertretern vorliegen, recht erfolgreich mit exakten Kriterien aus der Theorie dynamischer Systeme, der Stochastik oder der Theorie formaler Sprachen unterscheiden. Aber selbst bei augenscheinlich "reinen" Vertretern bleiben noch viele Fragen der Abgrenzung ungeklärt. Es gibt noch keine Übersicht, noch nicht einmal eine Forschungsstrategie in der Frage der möglichen Überlagerungsmechanismen, - ja es ist nicht einmal befriedigend geklärt, wann überhaupt ein "reiner" Vertreter vorliegt. Die vier Wolframschen Klassen stellen also weniger eine Klassifizierung der 1-ZRe dar, als daß sie vier besonders prägnante "Verhaltensaspekte" herausstellen.

Es gab in den letzten Jahren praktisch keine Veröffentlichung über 1-ZRe als komplexe Systeme, die nicht in der einen oder anderen Weise von dieser Klassifizierung motiviert oder beeinflußt gewesen wäre. Auch ich wurde seinerzeit von eben der hier wiedergegebenen Abb.1 endgültig in den Bann der Zellularräume gezogen.

Besonders interessant für unsere Fragestellungen ist die Klasse 4. Sie wird weithin (insbesondere von Wolfram selbst) als die Klasse derjenigen 1-ZRe ausgewiesen, die der "Selbstorganisation" fähig seien. Nach dieser Ansicht wären also in der Klasse 4 die Kandidaten für ev-Runs zu suchen. Gleichzeitig wird diese Klasse auch dadurch charakterisiert, daß ihre Vertreter sog. "berechnungsuniversale Automaten" im Sinne der mathematischen Rekursionstheorie seien. Anders ausgedrückt: Klasse 4 enthalte genau die 1-ZRe, mit denen man jeden beliebigen Computer effektiv simulieren kann. Diese verlockende Gleichsetzung von evolutionsfähigen abstrakten Welten mit universalen Automaten geht, soweit ich weiß, auf Fredkin zurück. Sie genießt inzwischen eine weite Ver

breitung.

Meiner Meinung nach führt diese Gleichsetzung aber in eine Sackgasse. Meine Einwände sind vor allem:

Erstens: Es gibt berechnungsuniversale Zellularräume, die keine "Selbstorganisation" aufweisen.

Zweitens: Der in jener Gleichsetzung zum Ausdruck kommende Begriff von Selbstorganisation ist unrealistisch.

Erläuterung zum ersten Einwand: Das vielleicht schönste "harte" Resultat, das wir Fredkin verdanken, ist seine Konstruktion reversibler berechnungsuniversaler Zellularräume ("billiard-ball computation"). Ein Zellularraum (S, f) heißt reversibel, wenn es eine lokale Übergangsfunktion f^- gibt, so daß zwei bezüglich f aufeinanderfolgende Konfigurationen C_n, C_{n+1} auch bezüglich f^- aufeinanderfolgen, allerdings in umgekehrter Zeitrichtung, d.h. C_n ist die f^- -Nachfolgerin von C_{n+1} . Reversible Zellularräume kann man also nach Belieben "vor- oder zurücklaufen lassen". Das unterscheidet sie z.B. von allen bisher realisierten Computern. Diese "vergessen" im Laufe eines Runs im allgemeinen Information, und man kann aus einem späteren Zustand eines Runs die früheren nicht rekonstruieren.

Nun scheint mir einiges dafür zu sprechen, daß reversible Systeme im allgemeinen und reversible Zellularräume im besonderen zur Selbstorganisation nicht fähig sind. Dies werde ich in 3.12 noch ausführlich erläutern.

Außerdem liegen reversible Zellularräume nicht in Klasse 4. Das liegt im wesentlichen daran, daß sich diese Klasse 4 durch eine besonders starke Form der Nicht-Ergodizität auszeichnet. Grob gesprochen, kann es in Entwicklungen dieser Klasse passieren, daß kleine anfängliche Störungen zwar in der Zukunft in sehr großen räumlichen Gebieten auswirken, aber "schließlich", d.h. in der vollständigen unendlichen "Weiterentwicklung", doch nur ein wiederum kleineres Gebiet affizieren. Dies Verhalten ist in reversiblen Zellularräumen unmöglich. Dort können sich Störungen nicht erst ausweiten, um sich dann schließlich und endgültig doch wieder in ein kleineres oder gar verschwindendes Gebiet zurückzu-

ziehen. Die präzise Fassung dieser Überlegung findet sich in meiner Diplomarbeit. Summa summarum: es gibt berechnungsuniversale reversible Zellularräume, reversible Zellularräume liegen nicht in der Klasse 4, Klasse 4 soll gerade die Zellularräume mit "Selbstorganisation" enthalten: also sind die berechnungsuniversalen nicht identisch mit den zur "Selbstorganisation" fähigen Zellularräumen.

Erläuterung zum zweiten Einwand: Die Zuschreibung der "Selbstorganisation" an die Klasse 4 entspringt vor allem dem optischen Eindruck, den die Vertreter dieser Klasse vermitteln (Abb.2).

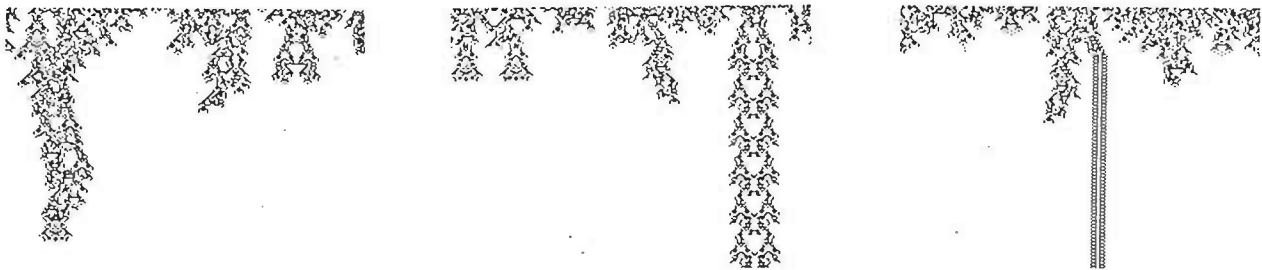


Abb.2: Entwicklungsausschnitte eines typischen Vertreters der Klasse 4. Im mittleren und rechten Ausschnitt je ein "Soliton" (Aus Physica 10D, 1984, p.29)

Auffällig ist hier, daß sich aus einer Zufallskonfiguration spontan eine "Ordnung" entwickelt. Es entstehen "ruhende" Gebiete rasch zunehmender Ausdehnung: der weiße "Hintergrund" in Abb.2. Auf diesem ruhenden Hintergrund entspinnt sich ein Spiel von "Solitonen", die in Kollisionskaskaden oft organisch anmutende vernetzte oder baumartige Strukturen erzeugen.

Das rasche "Ausdünnen" des zufälligen Startzustandes und das Auftreten räumlich beschränkter "Solitonen" ist ohne Zweifel eine starke Leistung der "Selbstorganisation". Auch die Verlockung zur Gleichsetzung dieser "Selbstorganisation" mit Berechnungsuniversalität wird hier verständlich. Denn aus diesen "Solitonen" lassen sich leicht Informationsübertragungs-Kanäle basteln, und aus den Kollisionskaskaden logische Schaltglieder aller Art. Es lassen sich also aus den hier auftretenden Phänomenen relativ direkt

Computer aufbauen.

Mein Einwand ist, daß die hier auftretende "Klasse 4 - Selbstorganisation" nicht viel mit den Prinzipien der leider noch kaum begriffenen "realen Selbstorganisation", wie sie sich vielfältig in unserer Welt zeigt, zu tun hat. Folgende zwei Disparitäten fallen mir vor allem auf:

Erstens: Bewegung und Beschleunigung. Die in Zellularräumen der Klasse 4 auftretenden persistenten Strukturen wurden in bewußter Analogie zur Physik "Solitonen" getauft und manchmal gar als Modelle von "Teilchen" angesehen. Vor allem diese letzte Wendung der Analogiebildung überzeugt mich nicht. Die "Teilchen" in Zellularräumen treten nur mit je einer einzigen typischen konstanten Geschwindigkeit auf. Demgegenüber können reale Teilchen unendlich viele Geschwindigkeiten annehmen. Sie können auch während ihrer Existenz die Geschwindigkeit ändern.

Zweitens: Stabilität. In Zellularräumen der Klasse 4 führen kleine Störungen in der Regel "blitzschnell" zu qualitativ völlig abweichenden Entwicklungen.

In Zellularräumen ist auf offensichtliche Weise eine Lichtgeschwindigkeit als "schnellste Signalausbreitungsgeschwindigkeit" definiert. Eine solche Lichtgeschwindigkeit ermöglicht bekanntlich den Vergleich räumlicher mit zeitlichen Distanzen. Um die an dieser "Raumzeitdiagonalen" der Lichtgeschwindigkeit gemessen "nahe" Zukunft eines Konfigurationsausschnittes einigermaßen genau vorausszusagen, muß man diesen Ausschnitt ganz genau kennen. Insbesondere sind "Solitonen" überaus sensibel. Eine kleine Störung führt in der Regel einen spontanen Zerfall herbei. Deswegen können diese Solitonen nicht in Abstufungen beschleunigt werden - allenfalls kann man sie an genau definierten anderen Strukturen totalreflektieren. Diese "Teilchen" sind nicht zu vielfältigen, selbstzerstörungsfreien "Interaktionen" mit anderen Teilchen befähigt. All diese Instabilitäten erinnern an die Läufe von Computerprogrammen. Man könnte sagen, was in Zellularräumen der Klasse 4 so schön und deutlich zu sehen ist, ist "Software", und die "Klasse - 4 - Selbstorganisation"

ist die "Selbstorganisation von Programmläufen".

Reale Teilchen können - durch Interaktion mit Vektorteilchen - fein abgestuft beschleunigt werden. Reale Teilchen, ja ganze hochzusammengesetzte Dinge, bewahren im allgemeinen ihre Identität gegenüber kleineren Störungen. Elementarteilchen reagieren auf solche Störungen mit Geschwindigkeitsänderung, Übergang in einen angeregten Zustand o.ä. Bei größeren Dingen spricht man eher von Inkorporation, von Lernen o.ä. Kurz, reale Dinge bewahren sich ihre Stabilität durch Anpassung. Von "Katastrophen" wie spontanem Teilchenzerfall oder der Raumimplosion bei der Entstehung eines Schwarzen Loches abgesehen, kann man die nahe Zukunft eines Wirklichkeitsausschnittes einigermaßen genau voraussehen, wenn man die Startsituation einigermaßen genau kennt. Schon eine Atombombenexplosion ist in dieser Hinsicht "langsam" genug! Die Realität ist - wiederum gemessen mit der "Raumzeitdiagonalen" der Lichtgeschwindigkeit - qualitativ sehr träge. Man könnte sagen, die reale Evolution entspricht der Evolution einer stabilen "hardware".

Wenn sich aber tatsächlich die Gleichsetzung von Selbstorganisation mit Berechnungsuniversalität als Sackgasse erweist, dann wird die einschlägige Forschung ihres gegenwärtigen Leitmotivs beraubt. Wir brauchen einen neuen Startpunkt. Ich möchte vorschlagen:

3.7 Edenfreie Zellularräume untersuchen!

Wenn man frisch drauflos eine Übergangsmatrix M ersinnt, wird der damit in die Welt gesetzte 1-ZR sehr wahrscheinlich sogenannte "Garten-Eden-Konfigurationen" besitzen. Das sind Konfigurationen, die nicht die Nachfolgerinnen irgendwelcher anderer Konfigurationen sind. Manche Zellularräume allerdings zeichnen sich dadurch aus, daß sie keine solchen Garten-Eden-Konfigurationen besitzen. Zu jeder Konfiguration läßt sich also mindest eine mögliche Vorgängerin angeben. Ich nenne solche Zellularräume edenfrei. Bei-

spielsweise sind alle reversiblen Zellularräume edenfrei: dort gibt es zu jeder Konfiguration genau eine Vorgängerin. Ich möchte nun begründen, warum ich die edenfreien Zellularräume im Hinblick auf die Untersuchung evolutionärer Systeme recht vielversprechend finde.

Erstens: ...Unsere reale Welt scheint "edenfrei" zu sein. Der weit- hin akzeptierten CPT-Invarianz zufolge ist sie sogar reversibel.

Einer anderen weitverbreiteten Meinung zufolge ist unsere Welt allerdings aus einem Urknall entstanden - anders als edenfreie Zellularräume läßt sich unsere Welt demnach nicht beliebig weit in die Vergangenheit zurückverfolgen.

Dieser Widerspruch läßt sich dadurch ausräumen, daß man die "Generationsfolgezeit" T von Zellularräumen nichtlinear in die physikalische Zeit t transformiert. Eine naheliegende Transformation wäre etwa $T = \ln t$. Hier durchläuft t das Intervall $(0, \infty)$, wenn T $(-\infty, \infty)$ durchläuft. Diese Transformation gestattet auch eine anschauliche Deutung. Eine frühere Realzeit t , d.h. ein jüngerer Universum, bedeutet nach heutiger Vorstellung eine höhere (räumlich durchschnittliche) Temperatur, raschere Bewegungen "elementarerer" Teilchen, mehr Kollisionen und Umwandlungen pro t -Einheit - kurz, je früher t , umso größer ist die durchschnittliche Dichte Ereignisse/(Raum $\cdot t$). Durch eine Transformation vom Typ $T = \ln t$ entsprechen zunehmend jüngeren t -Einheiten immer größere T -Intervalle. Es liegt demnach nahe, die zelluläre Zeit T als "Ereignismaß", als "Maß der Phänomenenmenge" zu interpretieren. Das harmoniert mit den Einschränkungen eines diskreten Modells, wie es Zellularräume sind. Wir können dort nur bis zu einer gewissen Dichte Information/(Raum $\cdot T$) kodieren. Passiert aber in Realzeit t mehr, was wir im Modell kodieren müßten, so nehmen wir uns eben mehr Zeit für die Kodierung - durch die nichtlineare Maßstabs- spreizung.

Zweitens: Die Evolution der Arten gewinnt erst durch gefundene Fossile anschauliche Substanz. Buddeln erweitert den Horizont. Man kann nicht über evolutionäre Entwicklungen in Welten nachden-

ken, in denen man sich zum Gegenwärtigen keine Vergangenheiten ausgraben kann!

Drittens: In Zellularräumen, in denen überhaupt Garten-Eden-Konfigurationen existieren, ist schon "fast jede" (im wahrscheinlichkeitstheoretischen Sinne) Konfiguration eine Garten-Eden-Konfiguration. Zellularräume mit Garten-Eden-Konfigurationen als abstrakte Welttypen zu untersuchen, hieße implizit einem kreativistischen Weltbild zu huldigen.

Etwas seriöser kann man dies Argument wie folgt formulieren. In der Erforschung von Zellularräumen wird regelmäßig wie in einer Experimentalwissenschaft vorgegangen. Sehr oft werden zu einer gegebenen lokalen Übergangsfunktion viele endliche Ausschnitte aus Zufallskonfigurationen für eine gewisse Zeitspanne auf dem Computer "entwickelt". Die Abbildungen 1 und 2 haben Beispiele solcher "Fallstudien" gezeigt. In einer solchen "Stichprobe von Einzelfällen" werden dann numerische "Messungen" gemacht, werden Durchschnittswerte aller erdenklichen Parameter ermittelt, wird auffälligen "seltenen Ereignissen" nachgespürt. In der Literatur findet man seitenweise Tabellen mit "Meß"werten und bemerkenswerten Einzelfallabbildungen. Kurz, die Erforschung von 1-ZRen als abstrakten komplexen Wirklichkeitsmodellen gleicht oft einer jungen Experimentalwissenschaft. Es gibt auch schon Ansätze zu einer methodologischen Metatheorie, einer "experimentellen Mathematik", - nicht nur auf Zellularräume bezogen, doch von ihnen inspiriert.

Mir scheinen aber zeitliche Entwicklungen aus Zufallskonfigurationen mit realen physikalischen Experimenten in mancher Hinsicht nicht vergleichbar. Dafür möchte ich folgende zwei Argumente anführen.

A. Reale Experimente dauern - wiederum wie in 3.6 an der "Diagonale der Lichtgeschwindigkeit" gemessen - im allgemeinen viel, viel länger als die üblicherweise betrachteten Zellularraum-Ausschnitte. Was man allenfalls in "realistischem" Raum-Zeit-Maßverhältnis als "Zellularrexperiment" simulieren könnte, wären Kollisionsexperimente, in denen nur relativistische Relativgeschwindigkeiten vorkommen. "Behäbigere" reale Experimente sind wegen der

exorbitanten Rechenmenge heute kaum zu simulieren.

Das betrifft allerdings nur solche Simulationen, welche die Wirklichkeit selbst zu simulieren trachten, d.h. bis in die feinste wirkende Größenordnung hinab nachspielen wollen. Das ist nicht der Fall bei den hunderterlei praktischen Anwendungen von Zellularraum-Entwicklungen, wie z.B. der Simulation von Strömungs- oder Diffusionsvorgängen. Hier wird nicht beansprucht, die Wirklichkeit selbst zu simulieren, sondern hier wird lediglich ein zunächst nicht "zellulares" mathematisches Modell durch ein anderes mathematisches Modell, eben das des Zellularraums, simuliert. Die mit den 1-ZRen ins Auge gefaßte "abstrakte komplexe Physik" aber will nicht andere mathematische Modelle, sondern mögliche Prinzipien der Wirklichkeit selbst untersuchen. Hier ist die Kritik des Raum-Zeit-Maßverhältnisses dann angebracht.

B. Reale Experimente starten nie aus einer Zufallsgegenwart. Jedes reale Experiment, das heute nur irgend durchzuführen ist, startet in einer Welt, die schon viele Milliarden Jahre Zeit gehabt hat, aus einem primordialen, vielleicht tatsächlich in guter Näherung "randomisierten", überaus heißen weißen Rauschen heraus zu einer gewissen qualitativ behäbigen Ruhe zu kommen. Unser Universum hat sich gleichsam schon sehr lange selbst gefiltert. Daß überhaupt stabile Teilchen detektiert werden können, daß die Vorstellung eines leeren Raumes, in dem etwas passiert, heuristisch so erfolgreich werden konnte, oder allgemeiner ausgedrückt, daß die "Trennbarkeit der Alternativen" (von Weizsäcker, Aufbau der Physik) in guter Näherung möglich ist - all das zeichnet ein kühles, gleichsam abgeklärtes Universum aus. Erkennbar Ding will Weile (gehabt) haben!

Trifft die intuitive Vorstellung von einer "sehr langsamen" Evolution zu, dann benötigt man zum Verständnis eines gegenwärtigen Wirklichkeitsausschnitts "viel" Vergangenheit. Edenfreie Zellularräume bieten davon unerschöpfliche Vorräte.

Die Vorstellung einer sehr langsamen Evolution wirft übrigens das Problem auf, wie wir sie überhaupt unseren Sinnen erfahrbar machen können. In solch kurzen Abschnitten wie in den Abbildungen 1

oder 2, ja auch in vielhundertfach längeren, kommen evolutionäre Fortschritte vielleicht in gar keiner optisch oder mathematisch signifikanten Weise zum Vorschein. Ich sehe hier keinen leichten Ausweg.

Die erste Konsequenz dieser mißlichen Lage scheint mir darin zu bestehen, zur Erforschung evolutionärer Vorgänge auf das Durchspielen vieler "Experimentalläufe", vielleicht sogar ganz auf den Ansatz einer "experimentellen Mathematik" zu verzichten. Vielleicht sollte man mehr Wert auf die Durchdringung der methodologischen Probleme als vorgeordneter Aufgabe legen. Eine solche klare gedankliche Aufarbeitung sollte sich in einem klaren mathematischen Modell niederschlagen und bestätigen. Mit diesem Modell sind keine Fragen zu entscheiden - aber klarer zu formulieren. Die erträumte evolutionäre Logik soll ein Werkzeug zum Schmieden klarer Fragen werden.

Viertens: Edenfreie Zellularräume, zumindest eindimensionale, haben einen praktischen Vorteil. Sie sind mathematisch "schön". Die Aufklärung der Struktur edenfreier Übergangsmatrizen scheint nach den ersten Erfahrungen weder trivial noch prohibitiv schwierig.

Diese fruchtbare Schönheit kommt nicht von ungefähr. Sie hat ihre Wurzel darin, daß Edenfreiheit neben der oben angegebenen globalen auch eine äquivalente räumlich und zeitlich lokale Definition gestattet. Vereinfacht gesprochen, ist ein Zellularraum edenfrei, wenn jeder endliche Konfigurationsausschnitt einen (ebenfalls endlichen) Vorgänger hat. Solche global-lokal-Äquivalenzen sind in Mathematik und Physik ein seltenes, vielgesuchtes Gut, eine Garantie für exklusiven mathematischen Komfort!

Es sind zwei Äquivalenzbeweise bekannt. Bei ihrer Inspektion ergibt sich, daß man speziellere Eigenschaften von Zellularräumen gar nicht benutzt. Im wesentlichen wird nur die Tatsache investiert, daß die zur vollständigen Beschreibung endlicher Raumzeitausschnitte von einer gewissen Größe benötigte Information beschränkt ist. Eine solche beschränkte Kodierungsdichte weisen aber neben Zellularräumen auch die meisten anderen diskreten und auch einige (eben darum pseudo-) kontinuierliche Modelle auf. Es

ist zu hoffen, daß sich viele der mathematisch angenehmen Eigenschaften von edenfreien Zellularräumen auf die edenfreien Exemplare dieser anderen Modelle übertragen lassen.

Zellularräume sind wegen ihrer absoluten Raumzeit nicht relativistisch und daher letztlich unrealistisch. Ich werde in bald folgenden Abschnitten "relativistische" Modelle, die "Graphenmodelle", vorstellen. Auch sie weisen eine beschränkte Kodierungsdichte auf und damit hoffentlich eine globale und eine lokale Definition von Edenfreiheit.

Fünftens: Jede allgemeine Theorie komplexer Systeme muß irgendwie das Münchhausen-Trilemma entschärfen. Es stellt sich uns entgegen, sobald wir beginnen, irgendwie umfassendere Entitäten aus irgendwie vorgängigen Entitäten zusammenzusetzen. Dieser vielleicht unausweichlichen Grundfigur jeder einigermaßen komplexen Wirklichkeitsauffassung habe ich mich im hierarchischen Aspekt ausdrücklich verpflichtet.

Es scheint, daß edenfreie Zellularräume einen Kompromiß zwischen den drei Hörnern des Abbruchs an einer willkürlichen Basisebene, des infiniten Regresses und der zyklischen Erklärung ermöglichen. Dieser Kompromiß besteht darin, zwar eine unendliche absteigende Folge von beschreibbaren Größenordnungen zu haben (infiniten Regreß), in der aber ab einer bestimmten Größenordnung (Basisebene) bei weiterem Hinabsteigen keine qualitativ neuen Phänomene mehr auftauchen: die "Basisebene" kann durch sich selbst, - aber eine Größenordnung kleiner -, erklärt werden (zyklische Erklärung). Diese Gegebenheit will ich eine fraktale Basis nennen. Näheres dazu in 4.1.

3.8 Nun muß ich für das weitere einige einfache mathematische Hilfsmittel zur Beschreibung edenfreier 1-ZRe bereitstellen.

Wir verwenden die Bezeichnungen aus 3.5 weiter. Sei ein 1-ZR M gegeben. Wir definieren nun k Matrizen $M_1, \dots, M_k$ der Größe $k \times k$ wie folgt:

$$(7) \quad M_x(i,j) := \begin{cases} 0, & \text{falls } M(i,j) \neq x \\ 1, & \text{falls } M(i,j) = x, \end{cases}$$

für $x, i, j \in \{1, 2, \dots, k\}$.

Ein Beispiel veranschaulicht, was es mit dieser Definition auf sich hat:

$$(8) \quad M = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad M_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Das k -Tupel $(M_1, \dots, M_k)$ enthält dieselbe Information wie M , nur auf k Matrizen verteilt. Man beachte

$$(9) \quad M_1 + M_2 + \dots + M_k = (1),$$

wobei (1) die $k \times k$ -Matrix bezeichnen soll, in der jeder Eintrag eine Eins ist. Umgekehrt, falls für k $0,1$ -Matrizen $M_1, \dots, M_k$ die Bedingung (9) erfüllt ist, so läßt sich $(M_1, \dots, M_k)$ zwanglos als 1-ZR interpretieren. Wir nennen $M_1, \dots, M_k$ die charakteristischen Matrizen des 1-ZRes.

Wir können aus den charakteristischen Matrizen Matrixprodukte mit beliebig vielen Faktoren bilden und erhalten so die Menge $\mathcal{M}$ aller auf diese Weise erzeugbaren Matrizen. $\mathcal{M}$ ist die von $M_1, \dots, M_k$ erzeugte multiplikative Halbgruppe.

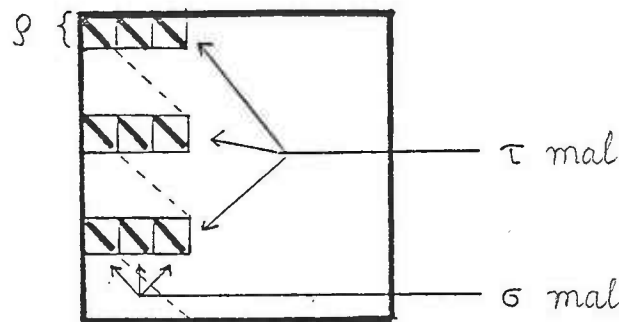
$M_1, \dots, M_k$ und $\mathcal{M}$ werden wir später noch gebrauchen. Mit ihrer Hilfe lassen sich bequem Strukturaussagen über edenfreie 1-ZRe machen. Einige einfache Theoreme dieser Art bilden die Hauptfrucht meiner Diplomarbeit. Ich möchte die wichtigsten

nun angeben, um vielleicht einen Eindruck von der mathematischen "Schönheit" des Gegenstandes vermitteln zu können. Inhaltlich sind sie für das Weitere ohne Belang.

Satz 1 (Balanciertheit edenfreier 1-ZRe): Die folgenden Aussagen sind äquivalent:

- (i) M ist edenfrei,
- (ii) $(0) \notin \mathcal{M}$,
- (iii) jede in $\mathcal{M}$ vorkommende Matrix ist eine $\{0,1\}$ -Matrix mit genau k Einsen,
- (iv) $\mathcal{M}$ ist endlich.

Satz 2 (Charakteristische Zerfällung von k): Sei M edenfrei. Sei ϱ das Minimum aller Ränge der in $\mathcal{M}$ vorkommenden Matrizen. Dann gibt es eine eindeutig bestimmte Faktorisierung $k = \varrho \sigma \tau$ und (bis auf simultane Spalten/Zeilen-Permutation) genau eine Matrix $I \in \mathcal{M}$ der Gestalt



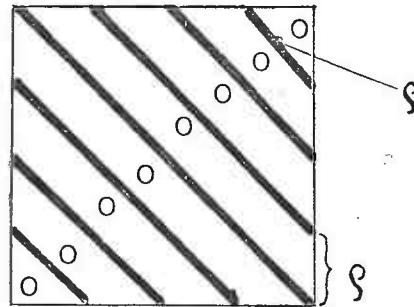
In dieser Skizze steht  für die $\varrho \times \varrho$ -Identitäts-Matrix.

Satz 3 (Charakterisierung "primer" 1-ZRe): Sei k eine Primzahl. Dann ist M edenfrei genau dann wenn

- (i) in jeder charakteristischen Matrix steht in jeder Zeile genau eine Eins, oder
- (ii) in jeder charakteristischen Matrix steht in jeder Spalte genau eine Eins.

Satz 4 (Eine "Resonanzeigenschaft"): Sei M edenfrei. Sei in der charakteristischen Zerfällung von k σ oder τ gleich Eins. Dann enthält $\mathcal{M}$ k Matrizen $L_1, \dots, L_k$ mit der Eigenschaft

$$N := L_1 + \dots + L_k =$$



wobei präziser

$$N(i, j) = \begin{cases} \sigma, & \text{falls } i \equiv j \pmod{\sigma} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

3.9 Nun zu den schon öfter erwähnten Graphenmodellen!

Zellularräume arbeiten auf einem starren vorgegebenen räumlichen Raster. Auf diesem Raster wird durch ein endliches Alphabet Information codiert. Die Information hat hier gewissermaßen zwei begrifflich zu trennende Komponenten: eine strukturschaffende (den Raum) und eine varianzschaffende (das Alphabet). Es wäre eine drastische begriffliche Vereinheitlichung, die benötigte Varianz nicht durch irgendwelche vom Raum zu trennenden "Varianzträger" (wie Buchstaben, Farben, Feldstärken etc.) bereitzustellen, sondern sie gleich durch die Raumstruktur selbst herzustellen. So tut es ja, wenn ich das recht verstehe, die Allgemeine Relativitätstheorie mit der Masse-Information.

Für diskrete Modelle, für die wir uns ja vorläufig entschieden haben, wollen wir eine einfache und allgemeine Art finden, die Raumstruktur "sprechen zu lassen". Hier sind viele Wege denkbar. Ich habe mir angewöhnt, mir eine solche "informative Raumzeit" als gerichteten Graph vorzustellen, in dem die lokale Zeit durch

die Pfeilrichtung angezeigt wird. Die nachstehende Abbildung 3 zeigt in einer Prinzipskizze, wie ein Ausschnitt aus einem räumlich lokal eindimensionalen Graphenmodell aussehen könnte.

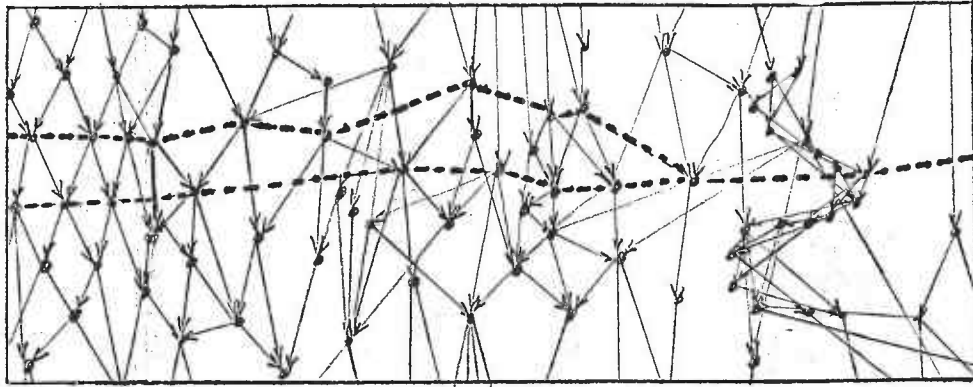


Abb.3: Impression eines Graphenmodells. Eine Isochrone ist gestrichelt eingetragen.

Die Aufgabe, die zu lösen ist, sieht eigentlich ganz einfach aus. Wir müssen nur "auf geeignete Weise", wie man so schön sagt, eine lokale Übergangsfunktion angeben, die ein einmal - ebenfalls: auf geeignete Weise - "angefangenes" Graphennetz gleichsam immer weiterzukuñpfen imstande ist. An dieser Aufgabe habe ich mir sehr lange die Zähne ausgebissen, bis ich überhaupt zu ahnen begann, wie schwer sie ist. Sie ist so schwer, daß man zu ihrer Bewältigung schon über eine funktionsfähige evolutionäre Logik verfügen muß!

Wenn man nämlich mit der Beseitigung des absoluten Raumes ernst macht, dann werden im Laufe der zeitlichen Entwicklung solcher Graphen alle möglichen "Raumwindungen", "Raumschnecken", "Raumkurzschlüsse", "Raumknoten", kurz: Gebilde mit allen denkbaren und undenkbaeren topologischen Eigenarten auftreten. Es wird keine global definierten Gegenwarten mehr geben. Es wird in diesen Graphen Wege geben, die zwar lokal gleichzeitige Punkte verbinden - ich möchte solche Wege Isochronen nennen - , die aber auf längeren Strecken von einem Punkt durchaus in dessen eigene Vergangen-

heit oder Zukunft führen können (vgl. Abb.3). Daß solche Eigenarten auftreten müssen, stellt man in schöner Eindrücklichkeit fest, wenn man konkret eine nichttriviale lokale Übergangsfunktion zu basteln versucht. Diese Eigenarten lassen aber jedes dieser naiven Bastelvorhaben sogleich scheitern.

Ich habe den Verdacht, daß die exakte Definition einer lokalen Übergangsfunktion für Graphenmodelle ein gründliches Verständnis der "Logik der Resonanzkriterien" voraussetzt. Wir müssen wohl erst an einfacheren Modellen, insbesondere Zellularräumen, mit dem "Resonanzproblem" umzugehen lernen. Diesen Verdacht möchte ich kurz begründen.

Im Falle nichttrivialer, d.h. auf keine absoluten Koordinaten zurückführbarer Graphenmodelle, sind die Angabe eines effektiven Resonanzkriteriums und die effektive "Implementierung" einer lokalen Übergangsfunktion ein und dasselbe Problem. Denn daß ein unendliches Graphenmodell nicht auf einen absoluten Raum oder dito Zeit reduzierbar sei, heißt nichts anderes, als daß es in beliebig großem räumlichen und zeitlichen Maßstab inhomogen ist. Da diese Inhomogenitäten aber in jedem zwar beliebig großen, aber beschränkten, m.a.W. in jedem lokalen Gegenwartsausschnitt für die Anwendung der Übergangsfunktion in allen Einzelheiten entscheidend sind, müssen sie auch in allen Einzelheiten vom "Benutzer" des Modells beschreibbar sein. Wir müssen beispielsweise effektiv darüber Bescheid wissen, wo ein räumlich gekrümmter isochroner Weg beliebiger Größenordnung zu seinem eigenen Startpunkt zurückführt, um Punkte von "Anfang" und "Ende" dieses Weges gemeinsam in der lokalen Prämisse der lokalen Übergangsfunktion zusammenzustellen. Die Anwendungsvoraussetzungen der lokalen Übergangsfunktion hängen also von den auftretenden topologischen Inhomogenitäten in allen Größenordnungen ab. Um diese Inhomogenitäten effektiv in den Griff bekommen zu können, müssen sie über alle Größenordnungen hinweg einheitlich rekursiv zugänglichen "Bildungs"gesetzen genügen. Diese einheitlichen Bildungsgesetze sind nichts anderes als unser gesuchter Resonanzkriteriums-Kalkül, denn jene Inhomogenitäten sind nichts anderes als die Kandidaten

für die zu isolierenden Entitäten.

3.10 Einige Spekulationen über Graphenmodelle

Erstens möchte ich spekulieren, daß sich "Teilchen" mit realistischen Eigenschaften durch "Isochronen, die in Form einer Wendel wiederholt zeitlich hinter sich selbst zurückführen", deuten lassen. Die Massedichte solcher Teilchen würde im wesentlichen von der zeitlichen Distanz zwischen solchen "selbstreferenten Raumstellen" abhängen. Dieses Bild trägt allerdings in seiner Einfachkeit. Isochronen tun nichts lieber als sich zu verzweigen, und verschiedene Äste können in verschiedenen zeitlichen Abständen in die Vergangenheit des Ausgangspunktes zurückkehren. Die Extreme wären "Schwarze Löcher" unbeschränkter Massedichte (unbeschränkt tief in die Vergangenheit reichender isochroner "Kurzschluß") und lichtschnelle, masselose "Teilchen" (gar kein Rekurs).

Zweitens drängt sich mir eine elementargeometrische Darstellung einer "Gravitationskraft" auf. Teilchen mit Masse würden nämlich ebengenannter Vorstellung zufolge am "Netz" des Graphen in ihrer Umgebung "ziehen", indem sie es "in ihre eigene Vergangenheit hineinwickeln". Es resultiert eine anschauliche (?) Raumkrümmung.

Die dritte Spekulation betrifft nicht die Physik, sondern die Wissenschaftstheorie. Das Wechselspiel von lokaler Übergangsfunktion und Raumstruktur in allen Größenordnungen könnte zwei bekannte grundlegende Argumentationsfiguren vereinheitlichen. Die erste dieser Figuren ist das Erklären eines Sachverhaltes durch Analyse seiner Teil-Sachverhalte. Ist diese Figur eher in den Naturwissenschaften wirksam, so mutet die komplementäre zweite Figur eher geisteswissenschaftlich an: das Verstehen eines Sachverhaltes durch seine Einbettung in einen größeren Kontext. Im ersten Fall wird ein Sachverhalt durch Hinabsteigen, im zweiten Fall durch Hinaufsteigen in der Münchhausen-Hierarchie klarer gemacht. In Graphenmodellen, so scheint es, ist das eine nicht ohne das andere möglich. Da wir uns nicht auf einen von den Entitäten unabhän-

gigen Raum beziehen können, ist jede Aussage über raumzeitliche Beziehungen zwischen gleichgeordneten Entitäten nichts anderes als der Bezug auf eine gemeinsame übergeordnete Entität. Mögliche Aussagen über Entitäten und das Zusammentreten dieser Entitäten in hierarchisch übergeordneten Entitäten sind dasselbe. Wir betreiben gleichsam eine "Allgemeine Aussagen-Relativitätstheorie".

3.11 Nach diesen Spekulationen nun zurück zu den handfesten Zellularräumen!

Rekapitulieren wir noch einmal unsere Minimalanforderungen an ein Resonanzkriterium bzw. an unsere Vorstellung von Entitäten. Es sollen erstens zeitliche Änderungen im Erscheinungsbild der Entitäten toleriert werden (diachronischer Aspekt). Zweitens sollen, zumindestens in gewisser Entfernung von einer eventuell vorhandenen hierarchischen "Basisebene", Entitäten aus hierarchisch untergeordneten Entitäten zusammengesetzt gedacht werden können (hierarchischer Aspekt). Wir fassen Entitäten als mehr oder weniger störungsresistente, adaptionsfähige "Selbstregelsysteme" auf (vgl. 2.10). Was sie sind, und daß sie stabil sind, und was sie tun, verschmilzt zu einer funktionalen Einheit. All diese Anforderungen zusammen fassen wir im funktionalen Aspekt zusammen. Zur Vereinfachung unseres Unternehmens wollen wir uns zunächst mit Entitäten begnügen, die wir naiv als körperliche Dinge auffassen können.

Wie können wir nun in Zellularraum-Runs Dinge, die dem funktionalen Aspekt genügen, effektiv isolieren? Spätestens hier merken wir, daß unsere Vorstellungen noch sehr vage sind. Wir müssen aus unserer funktional-dinglichen Leitvorstellung konkretere mathematische Erkennungsmerkmale erst noch ableiten. Zwei solcher Merkmale möchte ich nun diskutieren: lokale Reversibilität (Abschnitte 3.12 bis 3.15) und Periodizität (Abschnitt 3.17).

3.12 Eine Vorab-Erkundung im Reich der Reversibilität: Abwehr der globalen Reversibilität

Reversibilität im üblichen Sinne bedeutet in Systemen mit einer (nicht notwendig deterministischen) lokalen Übergangsfunktion, daß auch bei Zeitumkehr eine lokale Übergangsfunktion definiert ist. Diese wird im allgemeinen nicht mit der Übergangsfunktion der "positiven" Zeit identisch sein. In Zellularräumen beispielsweise treten räumliche Spiegelungen, chirale Varianten und andere Abwandlungen auf. In der Physik beschreibt, soweit ich das verstehe, die CPT-Invarianz eine ähnliche Variantenbildung. Die inverse Übergangsfunktion führt zu einer globalen Reversibilität. Man kann "das Ganze ebesogut vor- wie zurücklaufen lassen".

Zumindest bei Zellularräumen scheint mir eine solche globale Reversibilität einer globalen Evolution zu widersprechen. Reversible Zellularräume wären demnach für den "Evolutionslogiker" uninteressant. Dies möchte ich etwas ausführlicher begründen.

Zunächst erscheint es plausibel anzunehmen, daß die inverse lokale Übergangsfunktion der originalen "im wesentlichen qualitativ gleicht". Allfällige Modifikationen wie Spiegelungen, Drehsinnwechsel, Umkehrung zeitlicher Reihenfolgen sind einfache symmetrieerhaltende, besser "geometrisch" als "qualitativ" zu nennende Änderungen. Solche Änderungen der lokalen Übergangsfunktion sollten aber auch das globale zeitinverse Verhalten des Zellularraums nur in bezug auf etwelche Symmetrietransformationen, nicht aber qualitativ ändern. Das will ich die globale qualitative Reversibilität nennen.

In Abschnitt 2.4 hatten wir den Begriff des Runs vorläufig eingeführt. Wir wollen ihn nun für 1-ef-ZRe präzise bestimmen. Denken wir uns eine edenfreie lokale Übergangsfunktion f gegeben. Ein Run von f ist eine in Vergangenheit und Zukunft unendliche Folge von Konfigurationen, so daß der Übergang von einer Konfiguration zu ihrer Nachfolgekonfiguration einer "Anwendung" von f nach dem Muster von (1) - (3) entspricht.

Wir begreifen intuitiv Evolutionen als von einer "treibenden

Kraft" vorangebracht. Es ist zwar zufällig, oder besser gesagt: von den einander ablösenden Gegenwarten aus jeweils unvorhersehbar, wie sich ein gegebener Run entwickelt - aber daß sich da eine evolutionäre Entwicklung abspielt, das empfinden wir als notwendig. Wir begreifen evolutionäre Entwicklungen nicht als bloße Ausführung eines in der Vergangenheit schon "prästabilisiert" in allen Einzelheiten angelegten Entwurfs, sondern vielmehr als beständiges Sich-Ordnen, Filtern, Auslesen...

Ich sehe diese treibende Kraft, diese Notwendigkeit des Sich-Ordners schon in der lokalen Übergangsfunktion f angelegt. Es gibt lokale Übergangsfunktionen, deren Runs keine ev-Runs sind, und es gibt (hoffentlich) lokale Übergangsfunktionen, deren Runs allesamt ev-Runs sind. Ein Drittes gibt es nicht. Wenn eine lokale Übergangsfunktion jene Kraft besitzt, dann muß sich diese in allen ihren Runs manifestieren. Wir wollen also nicht evolutionäre von nichtevolutionären Runs, sondern evolutionäre von nichtevolutionären Übergangsfunktionen unterscheiden. Das ist eine zentrale Voraussetzung meines Ansatzes.

Hier gibt es noch eine lästige, aber wohl harmlose Komplikation zu beheben. Unschwer zeigt man, daß es zu jedem f , evolutionär oder nicht, Runs gibt, die nur aus endlich vielen verschiedenen Konfigurationen in periodischer Abfolge bestehen. Das einfachste Beispiel ist der Run, der überall nur immer den "ruhenden Hintergrund" zeigt, wie er aus den Abb. 1 und 2 bekannt ist. Solche Runs sehen intuitiv zweifellos nicht wie Evolutionen aus. Mit solchen oder ähnlichen pathologisch prästabilisierten Runs kann man aber wohl vermutlich recht elegant fertigwerden. Ich vermute, daß solche "Ausreißer" immer zusätzlich zur originalen auch durch eine andere, und zwar nichtevolutionäre Übergangsfunktion erklärt werden können. Jener "globale ruhende Hintergrund" etwa könnte durch die einfache 1×1 -Matrix (0) erklärt werden.

Leider erfordert die allgemeine Behandlung der Darstellung eines Runs durch verschiedene lokale Übergangsfunktionen einen mathematischen Apparat, der gegenwärtig noch gar nicht richtig ausgearbeitet ist. Vorstufen dazu werden wir in 4.1 kennenlernen.

Wie dem auch sei, wenn wir zu einer gegebenen Übergangsfunktion nur deren "genuine" Runs betrachten, d.h. jene, die nicht auch durch eine qualitativ einfachere Übergangsfunktion erklärt werden können, dann dürften hoffentlich alle Runs eines evolutionären f auch ev-Runs sein.

Wenn wir nun eine evolutionäre Übergangsfunktion f haben, und in allen ihren Runs ein globaler evolutionärer Zeitpfeil vorliegt, und f reversibel ist und die inverse Übergangsfunktion f^{-1} qualitativ von f nicht verschieden ist - dann müssen in all jenen Runs auch inverse evolutionäre Zeitpfeile vorliegen. Es weiß zwar noch kein Mensch, wodurch der evolutionäre Zeitpfeil eigentlich genau charakterisiert sei - die evolutionäre Logik soll diese Frage je erst beantworten helfen. Aber daß ein evolutionärer Zeitpfeil zusammen mit einem zeitinversen Pendant in ein und demselben ev-Run vorliegen können soll, kann man ausschließen. Einen Evolutionsbegriff, der so etwas erlaubt, können wir nicht als Antwort auf jene Frage akzeptieren.

Diese Argumentation zur Abwehr der Möglichkeit global reversibler Evolutionen gilt auch für nichtdeterministische Übergangsfunktionen. Ich bin also der Meinung, daß ganz allgemein eine reversible Übergangsfunktion nicht evolutionär sein kann. Die CPT-Invarianz aber stellt die Reversibilität der physikalischen Grundgesetzmäßigkeiten heraus. Dieser scheinbare Widerspruch verschwindet, wenn wir wieder zwischen der einen Regel (der nicht reversiblen Übergangsfunktion) und den vielen Regelmäßigkeiten (z.B. physikalischen Gesetzen) unterscheiden. (vgl. 2.6 und den nächsten Abschnitt).

Aber wir können die CPT-Invarianz nicht nur mit den hier vertretenen Vorstellungen versöhnen - wir können sie auch zum Anlaß für eine tiefliegendere Einsicht nehmen.

3.13 Es ist doch sicher kein Zufall, daß die "Grundgleichungen" der Physik reversibel sind!

Ich möchte die These aufstellen: Einheitliche Observable sind eo ipso lokal reversibel.

Der Erläuterung dieser These ist dieser Abschnitt gewidmet.

Erstens: was sollen einheitliche Observable sein? Es sollen in der Beobachtungspraxis nicht mehr zerlegte Observable sein. Die vielleicht deutlichsten Beispiele sind Elementarteilchen. Die "praktische Nichtzerlegtheit" bezieht sich auf den Zeitraum der tatsächlichen Identifizierung, der Detektion der Observablen. Eine solche Identifizierung braucht einen ausgewachsenen Zeitraum. In einem Zeitpunkt wäre nach Heisenberg jeder Identifizierungsversuch zur vollständigen Unschärfe verurteilt. Nun kann sich natürlich z.B. ein Elektron in Kollisionsexperimenten als zusammengesetzt erweisen. Aber praktisch als Elektron identifizieren können wir nur dieses selbst als nichtzusammengesetzte Einheit - wenn wir die "Konstituenden" sehen, dann hat sich das Elektron schon desintegriert. Wir sind bei der Identifizierung des Elektrons sogar auf die stillschweigende Annahme angewiesen, daß im ganzen Nachweiszeitraum das Elektron "es selbst sei", seine Identität als dieses Elektron aufrechterhalte. Selbst wenn diese Konstanz der Identität theoretisch als ein höchst dynamischer Vorgang gedacht wird, als ein Weben und Wirken einer Unzahl begleitender virtueller Partikel - es bleibt nach der Renormalisierung unterm Strich nur das eine einheitliche Elektron als einzig praktisch Beobachtbares, ja als einziger wirklicher Schlüssel zu jenem virtuellen Tanz. Vielleicht braucht man zur theoretischen Erklärung seiner Beobachtbarkeit, d.h. seiner Wechselwirkungsfähigkeit, jene virtuelle Begleitwolke - aber diese Wolke praktisch beobachten kann man nicht.

Zweitens: Unter der lokalen Reversibilität einheitlicher Observablen wollen wir nichts anderes als jene Konstanz der Identität verstehen. Ein Elektron mit einer gewissen Spinorientierung bleibt in kurzen Meßzeiträumen ein Elektron mit

einer gewissen Spinorientierung. Diese Konstanz der Identität des Elektrons äußert sich in der Reversibilität seiner mathematischen Beschreibung. Daß diese mathematische Reversibilität nicht die Existenz "langer", klassisch reversibler Trajektorien bedingt, ist die Lehre der Unschärferelation, der Wahrscheinlichkeitsdeutung der Quantenmechanik und der dadurch motivierten Meß-Metatheorien. Aber im kurzen Meß- oder besser gesagt Identifizierungs-Zeitraum tritt das Elektron praktisch als klassisches Teilchen auf. Anders kann es auch gar nicht in "unserer" Welt in Erscheinung treten - unsere praktische Erfahrungswelt ist nun einmal klassisch. Auch unsere Denkwelt, welch nichtklassische Tiefen sie sich auch immer erschließen mag, muß unsere klassische Erfahrungswelt doch an einer Stelle berühren, - in der Theorie der Meßvorgänge.

Je länger man darüber nachdenkt, um so aberwitziger kommt einem diese *Conditio Scientiae* vor: Selbst wenn wir "die zutreffende" nichtklassische physikalische Basistheorie kennen würden, welche die zweifellos nichtklassische Realität "an sich" beschreibt, so könnten sich diese beiden isomorphen nichtklassischen Welten, nämlich unsere theoretische und die reale, nicht anders berühren als auf dem Umweg über klassische Erfahrungen! Daß dies überhaupt möglich ist, ist ein großes Wunder. Irgend etwas muß sich aus der oft so paradoxen "Einheit der Prozesse" der Quantenmechanik herauslösen und einen (kurzen) Auftritt in unserer Erfahrungswelt machen, welche auf wunderbar konsistente Weise die Wirklichkeit in eine Scheinwelt von tausenderlei voneinander isolierbaren Phänomenen zerlegt. Nur so wird die Erfahrungswissenschaft Physik möglich.

In diesem Sinne will ich - drittens - sagen, daß einheitliche Observable *e o i p s o* lokal reversibel seien. Das ist also keine Behauptung über die Realität, sondern über die Verfassung beobachtenden Erkennens. Wir können nur unter dem Schirm des Postulats der Konstanz der Identität Intelligibles beobachten.

Nicht nur unser Wahrnehmen, sondern unser ganzes Denken scheint mir übrigens von einer allgemeinen lokalen Reversibilität aller

Begriffe durchdrungen. Wir können uns V e r ä n d e r u n g e n gar nicht vorstellen. Beschleunigungen etwa können wir uns nicht als Funktional d^2/dt^2 vorstellen. Wir stellen uns - in unseren praktischen Vorstellungsakten, nicht unbedingt auch in unseren Metavorstellungen über diese Akte - vielmehr vor: jetzt hat der fallende Stein diese Geschwindigkeit, und gleich darauf ist er etwas schneller. Zwischen "jetzt" und "gleich darauf" liegen unendlich, d.h. unvorstellbar viele Differentiale "dt". Um noch einmal mein Lieblingspferdchen aufzuzäumen: unser begriffliches Denken ist ja, ja, nein, nein. Wenn wir in klaren Begriffen denken, so denken wir gleichsam ruckweise. S t e t i g e Veränderungen können wir nicht klardenkend erfassen. Man beachte die vorgalileischen Auffassungen vom Werfen und Fallen!

Wenn wir einen Begriff möglichst klar denken, wenn wir an etwas "Bestimmtes" denken, wenn wir uns eine im Akt der Vorstellung nicht weiter analysierte reale Erscheinung vorstellen: dann ist eine Voraussetzung dieses mentalen Tuns die Konstanz der Identität des Gedachten. Wenn der Grimmelshausensche Baldanders nicht eine Weile als Eichbaum verharret hätte, bevor er zur Sau wurde, wenn er sich als radikaler "Sofortanders" von dt zu dt in ein qualitativ neues Wesen verändert hätte - dann hätte ihn Simplicius gar nicht wahrnehmen, geschweige denn begrifflich "renormalisieren" und als ein diachronisch einheitliches Etwas feststellen können.

Wir können also mit etwas Mut das "einheitlich" aus der hier besprochenen These streichen. Observable sind nur besondere Begriffe, und klar gedachte Begriffe sind im Akt des Denkens immer einheitlich. Also tun wir ruhig den kleinen Sprung:

Observable sind eo ipso lokal reversibel.

3.14 Lokale Reversibilität ist ein Erkennungsmerkmal von Entitäten.

Denn wenn lokale Reversibilität j e d e r Observablen zuzuerkennen ist, dann bestimmt sie das "Daß", nicht das "Wie" der Observablen.

3.15 Lokale Reversibilität hängt mit dem Münchhausen-Trilemma zusammen.

Ganz grob vermittelt uns die physikalische Welt den Eindruck, daß der Hierarchie der Dinge eine Hierarchie der Zeitmaßstäbe entspricht. Das gilt sicher nicht streng. Es ist aber eine nicht zu übersehende Auffälligkeit. Basalere, weniger zusammengesetzte Dinge sind oft als ganze kurzlebiger und verändern sich rascher als zusammengesetztere, größere.

Auf der basalsten heute einigermaßen befriedigend beschriebenen Ebene, der Ebene der quantenmechanisch gedeuteten Elementarteilchen, geht die zunehmende Kurzlebigkeit in eine nur schwer deutbare, irrlichternde Schattenexistenz über. Wenn ich das richtig verstehe, dann "existieren" Elementarteilchen für uns den größten Teil der Zeit gleichsam nurmehr als statistische Hypothese. Aus dieser fragwürdigen Seinsweise treten sie überraschend hier oder dort in einem klassischen Auftritt heraus, schenken uns dabei Information über ihren aktuellen Zustand, um sofort wieder in ihren hermetischen Kulissen zu verschwinden.

Im anderen Extrem das ganze Universum: das irrlichtert nicht, das tunnelt nicht vor unserem gedanklichen oder experimentellen Zugriff davon. Seine grandiose Behäbigkeit stellt uns vielmehr die Grundkategorien unserer naiven intelligenten Erfahrung, euklidischen Raum und absolute Zeit, mit einer solchen Gewißheit zur Verfügung, daß wir sie als apriorisch mißverstehen konnten.

Aber nicht nur die Zeitskalierung wird beim Aufsteigen in der Hierarchie gröber, sondern die Individualgeschichten "höherer"

Dinge umfassen im allgemeinen mehr "qualitative Epochen". Das spiegelt die Zusammengesetztheit der "höheren" aus den "tieferen" Dingen.

Die lokale Reversibilität der Dinge ist an die einzelnen qualitativen Epochen gebunden. Nur innerhalb einer qualitativen Epoche können wir ein Ding einheitlich wahrnehmen, zeigt es uns die Konstanz seiner Identität. Umgekehrt steckt jede Möglichkeit einheitlicher Wahrnehmung eine qualitative Epoche ab. "Lokale Reversibilität" betont eher unser Beobachten, "qualitative Epoche" eher das Beobachtete in seinem eigenen Recht. Ansonsten sind beide Begriffsbildungen gleichwertig.

Es ergibt sich der folgende Gesamteindruck. Der Hierarchie der Entitäten entspricht eine ungefähre Hierarchie der Zeitmaßstäbe und der Reichhaltigkeit der Individualgeschichten, "gemessen" mit der Anzahl verschiedener qualitativer Epochen. Außerdem sind die einzelnen qualitativen Epochen umso langlebiger, je höher man in der Hierarchie der Dinge steigt. Elementarteilchen schreiben wir während ihrer klassischen Auftritte gar keine Individualentwicklung zu - sie treten mit immer nur einer, ewig wiederkehrenden qualitativen Epoche auf der ephemeren Bühne klassischer Meßakte auf. Das Universum umschließt alle qualitativen Entwicklungen, seine Geschichte ist die Universalgeschichte. Die Konstanz der Identität des Universums ist über "Meß"zeiträume gewährleistet, die unser menschliches Maß transzendieren: der "gestirnte Himmel über uns" erfüllt den ergriffenen Beschauer mit dem Gefühl einer absoluten, "ewigen" Konstanz.

Die Konstanz der Identität ist nach diesem Eindruck am reinsten, wenngleich auch am kurzlebigsten, am basalen Ende der Hierarchie. Nicht zusammengesetzte Entitäten erleiden keine internen Veränderungen, sie tauchen auf, "existieren" und vergehen gleich vollkommen. Diese einfachste und basale Form lokaler Reversibilität sollten wir vielleicht als erste mit einem Resonanzkriterium zu beherrschen trachten.

3.16 Das Münchhausen-Trilemma wird nicht nur am unteren Ende der Hierarchie akut. Auch am oberen Ende hockt der zwielichtige Baron.

Ich möchte mir hier wieder einige Spekulationen erlauben. In Zellularräumen spricht wohl nichts dagegen, die Hierarchie der Dinge und Größenordnungen einfach als nach oben offen anzunehmen. Anders ist es aber in den Graphenmodellen und im realen Universum, wo wir uns nicht an einem absoluten Raum orientieren können.

In Graphenmodellen stellen die jeweils "höheren" Entitäten überhaupt erst den Begriffsraum bereit, innerhalb dessen die jeweils "tieferen" Entitäten ihre Interaktionen koordinieren können. Wenn nun die Hierarchie nach oben offen ist, wenn es keinen allesübergreifenden Universalbegriff gibt, keine "Universalentität", dann können die Interaktionen aller Ebenen gleichsam nirgends zum Koordinieren "Fuß fassen" - die einer zu koordinierenden Ebene übergeordneten Entitäten sind selbst koordinationsbedürftig; dieses Bedürfnis wird Ebene um Ebene in die offene Hierarchie weitergeleitet und bleibt unerfüllbar.

Ähnlich verhält es sich mit dem realen Universum. Wäre die Hierarchie der Größenordnungen nach oben unbeschränkt, d.h. wäre das Universum unendlich groß und ergäben sich nach oben hin immer neue "Clustering-Phänomene", dann wäre die durchschnittliche Dichte Masse/Raum nicht definiert, und die Allgemeine Relativitätstheorie hätte es schwer, Raumkrümmungen zu definieren. Instrukтив sind in diesem Zusammenhang B. Mandelbrots Versuche, in "The Fractal Geometry of Nature" die fraktale Dimension des Universums einzuschachteln. Soweit ich das verstehe, ist die Allgemeine Relativitätstheorie nur sinnvoll bei einem endlichen Raum oder bei einem unendlichen Raum, der im Limes eine durchschnittliche Massedichte hat. Diese Dichte ist Null genau dann, wenn die "Clustering-Hierarchie" nicht abbricht, d.h. die Münchhausen-Hierarchie nach oben offen ist. Eine Limesdichte Null aber verträgt sich, soweit ich das verstehe, nicht sowohl mit unseren Beobachtungen als auch der Allgemeinen Relativitätstheorie.

In "begriffsrelativistischen" Modellen wie etwa Graphenmodellen, oder bei Gültigkeit der Allgemeinen Relativitätstheorie bzw. eines Pendant dazu scheint also der unendliche Rekurs als Lösung des Münchhausen-Trilemmas "nach oben" auszuscheiden.

In diesen Zusammenhang gehört eine weitere, Graphenmodelle betreffende Spekulation. Wie eben angedeutet, könnten räumlich unendliche Graphenmodelle gar nicht zu definieren sein. Ein räumlich endliches, diskretes dynamisches System aber kann doch nur endlich viele Zustände annehmen - es muß also irgendwann in eine zeitliche Periodizität eintreten. Oder? Erzwingen die oben angestellten Überlegungen eine Graphenmodell-Kosmologie der ewigen Wiederkehr?

Nein. Räumlich endliche diskrete dynamische Systeme können durchaus unendlich vieler Zustände fähig sein! Das Erstaunliche dabei ist, daß man zur Konstruktion solcher Modelle gar nicht zu einer unbeschränkten Kodierungsdichte (vgl. 3.7) Zuflucht nehmen muß, etwa zu Zellularräumen mit unendlichem Zustandsalphabet. Graphenmodelle bieten einen anderen Ausweg. Ich hatte in 3.10 gemutmaß, daß in diesen Modellen Gegenstände mit Massen vertreten werden durch Isochronen, die sich in ihre eigene Vergangenheit zurückwinden - bildlich vielleicht als "Wendeln" oder "Wirbeltrichter" vorstellbar. Wie ja auch bei einem irgendwie relativistischen Modell nicht anders zu erwarten, wären in Graphenmodellen gar keine globalen Gegenwarten zu definieren. Ein zeitlicher "Querschnitt" durch einen Graphenmodell-Run, welcher die Zukunft determiniert, würde viele "Verwerfungsstellen", "gewundene Einsenkungen" in die Vergangenheit aufweisen. Schwarze Löcher in diesem determinativen Schnitt hätten wohl gar unendlich lange "Trichterschlünde". Determinative Schnitte durchaus endlicher räumlicher Ausdehnung hätten eine unbeschränkte "Relief-Variabilität" durch ihre lokalen Rückwindungen in die Vergangenheit. Solche Schnitte schöpfen ihren Informationsgehalt auch aus der Vergangenheit - in "schwarzen Löchern" sogar aus der ganzen Vergangenheit.

Es erscheint darüberhinaus plausibel, daß ein nicht periodischer Run eines Graphenmodells mindestens eine solche unbeschränkte

"schwarze Singularität" enthalten muß. Die Krone bzw. Narrenkappe meiner Spekulationen besteht nun darin, daß eine solche Singularität als "Mutter aller Information und Koordination" mit der eingangs dieses Abschnittes erwähnten Universalität zusammenfällt.

Dies alles sind freilich Gedankenspiele, deren Sinn oder Unsinn wir mit unseren Mitteln noch gar nicht recht bewerten können.

3.17 Nun zum zweiten der in 3.11 angekündigten Merkmale von Dingen: ihrer Periodizität.

Ich glaube, wir können uns eine dynamische, stets "wechselwirkungsbereite" Konstanz der Identität (vgl. 3.13) gar nicht anders vorstellen denn als zeitliche Periodizität, als Schwingung. Suggestive Hinweise auf eine solche Verfassung unserer Vorstellungskraft finden sich in großer Zahl. Ich will einige aufzählen.

Erstens: Grundlegende Sinneseindrücke wie Licht, Schall, ja sogar ertastbare Masse hat die Physik, die raffinierteste Form unserer Erfahrung, als Schwingungsvorgänge aufzufassen gelehrt: "unsere Welt schwingt".

Zweitens: Konstante spezifische Reizung eines afferenten Nerves in dessen Normal-Arbeitsbereich codiert dieser in eine "Feuerfrequenz". Erinnerungbare Denkerlebnisse entsprechen möglicherweise Mustern "kreisender Erregung" im Gehirn. Erinnerungen lassen sich vielleicht als durch Rückkopplung energetisch begünstigte Senken, als einfache Attraktoren im Phasenraum eines Systems gekoppelter Oszillatoren verstehen.

Drittens: Der große genetische Epistemologe unserer Intelligenz, Jean Piaget, verbindet die Konstituierung von Gegenstandsbegriffen beim Kinde mit gewissen repetitiven sogenannten "Kreisreaktionen". Allgemeiner ist bei ihm "Rhythmus" eine Grundkategorie zur Interpretation psychologischer Begriffe.

Viertens: Unsere vorwissenschaftliche Welt der mittleren Dimensionen ist zeitlich vielfältig periodisch strukturiert: Eiszeiten,

Sonnenzykel, Jahre, Monate, Tage. Jede Nacht durchlaufen wir mehrfach einen Zykel von Schlafphasen. Laufen, Atmen, Herzschlag sind wahrnehmbar periodische Körperfunktionen.

Fünftens: Die Konstanz einer biologischen Art manifestiert sich im Zyklus der Fortpflanzung.

Sechstens: Unsere Zeitmessung, vielleicht unser Zeitverständnis überhaupt beruht auf der Repetition irgend einer Zeiteinheit.

Natürlich ist eine solche suggestive Aufzählung kein zwingendes Argument. Aber ich besitze leider im Moment gar kein zwingendes Argument für eine aufs Periodische gerichtete Grundhaltung unseres Vorstellens. Wenn eine solche Aufzählung auch nicht überzeugen kann, so kann sie immerhin den intuitiven Untergrund, auf dem meine Neigung zum Periodischen gewachsen ist, verdeutlichen.

Es gibt die konkurrierende Vorstellung von Zeit (und damit: von allen Dingen!) als Kontinuum, als Ungegliedertes, als gleichförmig-"Substantielles". Nur glaube ich, daß man aus einer letztlich kontinuierlichen Weltauffassung nicht den Funken einer qualitativen Evolution herausschlagen kann (vgl. 3.2.1 "sechstens", 3.16 und 5.1). Jedes aufs klare "ja, ja - nein, nein" gerichtete Denken, jedes Denken unter der Forderung nach klaren und distinkten Begriffen führt, so glaube ich, zu einer Deutung der Konstanz der Identität als Periodizität. Man kann sich vielleicht isolierte Dinge klar und distinkt vorstellen als durch die Zeit getragen von einer nichtperiodischen Substanz. Immerhin ist das ein zentraler Gedanke der "Prinzipien der Philosophie" Descartes', dem Meister des Denkens in klaren und distinkten Begriffen. Aber ich glaube, daß ein solches Weltbild nicht fertigwerden kann mit den gekoppelten Mysterien der Hierarchie der Dinge und der qualitativen Produktivität, welche aus den Wechselwirkungen der Dinge geboren wird. Substanz ist die Antithese der Evolution!

Summa summarum: Mir liegt nahe, bei der Suche nach Resonanzkriterien das Augenmerk auf Schwingungsvorgänge im weitesten Sinne zu richten. Im Licht der Überlegungen aus ??? sind etwa anzutreffende Periodizitäten am reinsten am basalen Ende der Hierarchie zu

erwarten. In zusammengesetzteren Entitäten werden Periodizitäten vielfach überlagert und durch äußere und interne Interaktionen modifiziert sein. Auch werden sie "langsamer" sein. Das Universum als übergeordnete Entität schließlich wird gar nicht mehr aus dem Blickwinkel der Periodizität zu erschließen sein.

3.18 Bevor wir uns eingehender mit der "Resonanzmathematik" in 1-ef-ZRen beschäftigen, möchte ich noch einmal die leitenden Gesichtspunkte zusammenfassen.

Erstens: Die durch das Resonanzkriterium zu erfassenden Entitäten können sich in ihren Eigenschaften diachronisch gründlich verändern. Sie können zu zusammengesetzten Entitäten zusammentreten. Dadurch erhalten wir eine Hierarchie der Entitäten und müssen mit dem Münchhausen-Trilemma fertigwerden. Der diachronische und der hierarchische Aspekt sind in der Einheit des funktionalen Aspekts miteinander verschmolzen.

Zweitens: Die herkömmliche kategoriale Trennung zwischen Relationen und Objekten ist einem Verständnis des funktionalen Aspekts hinderlich.

Drittens: Entitäten werden durch kleinere Störungen zwar vielleicht modifiziert, aber im allgemeinen nicht sogleich desintegriert. Unbelebte Dinge sind bezüglich ihrer "Adaptationsfähigkeit" Lebewesen gar nicht so unähnlich.

Viertens: Die am einfachsten zugänglichen Entitäten sind vielleicht solche, die sich nach dem Muster klassisch physikalischer Dinge durch räumliche Beschränktheit und zusammenhängende unverzweigte Trajektorien auszeichnen. Wir wollen uns vorläufig mit der Isolierung solcher Dinge "bescheiden".

Fünftens: Das Begreifen von im Moment des Begreifens nicht in weiter in Komponenten analysierten Dingen beruht auf dem Prinzip der Konstanz der Identität. Zeitlich gewendet, bedeutet dies eine Reversibilität in beschränkten, lokalen Identifizierungszeiträumen, in qualitativen Epochen.

Sechstens: Die Länge der qualitativen Epochen wächst im allgemeinen beim Aufsteigen in der Hierarchie.

Siebtens: Wir fühlen uns gedrängt, die lokale Reversibilität als zeitliche Periodizität zu interpretieren.

Achtens: Besonders rein und damit gut behandelbar sind solche Periodizitäten am basalen Ende der Hierarchie zu erwarten.

Neuntens: Das Münchhausenproblem an der Hierarchiebasis könnte vielleicht durch eine fraktale Basis entschärft werden. Jede Lösung des "Basisproblems" sollte mit der erwarteten strikten lokalen Reversibilität und reinen Periodizität am unteren Ende der Hierarchie eine begriffliche Einheit eingehen.

Zehntens: In Zellularräumen sind Raum und Zeit absolut. Das führt dazu, daß wir uns um das Münchhausenproblem am oberen Ende der Hierarchie wahrscheinlich gar nicht zu kümmern brauchen.

Elftens: Durch die absolute Raumzeit sind Zellularräume letztlich unrealistisch. Graphenmodelle sind zur Darstellung der Wirklichkeit wohl angemessener. Ihr "Begriffsrelativismus" wird wohl auch ein Hauptingrediens für ein erträumtes allgemeines Verständnis evolutionärer Logiken sein. Wir sollten bei der Konstruktion von Resonanzkriterien in Zellularräumen darauf achten, daß sie auf Graphenmodelle verallgemeinerbar scheinen.

Zwölftens: Ziemlich am Ausgang unserer Überlegungen stand die Entscheidung, unser Augenmerk nicht auf Observable, Phänomene, Eigenschaften zu richten. Die vorgeschlagene Suche nach lokaler Reversibilität und Periodizität kehrt zu diesem Ausgangspunkt zurück. Lokale Reversibilität und Periodizität sind keine Eigenschaften. Sie sind für alle Dinge, vielleicht für alle Entitäten konstitutiv. Sie zeigen ein "Daß" an, kein "Wie".

4. "RESONANZMATHEMATIK" IN 1-ef-ZRen

Ich habe noch kein konkretes Resonanzkriterium für 1-ef-ZRe gefunden. Aber der Weg dorthin scheint mir deutlich markiert durch drei mathematische Auffälligkeiten edenfreier Zellularräumen. Diese möchte ich anhand von einfachen Beispielen vorstellen und diskutieren.

Diese drei Auffälligkeiten sind möglicherweise eng miteinander verbunden. Es gibt vielleicht einen gemeinsamen Schlüssel: die Faktorisierung von Zellularräumen in gewisse "primitive" Zellularräume. In primitiven Zellularräumen sind mikroskopische und makroskopische Eigenschaften in gewissem Sinn identisch: sie sind über alle Größenordnungen hinweg streng fraktal. Außerdem kann man primitive Zellularräume auf kanonische Weise gleichermaßen als Objekt wie als Funktion interpretieren. Sie zu verstehen heißt in eine neue mathematische Welt eintreten, die ebenso fremdartigen wie hoffentlich einfachen Gesetzen gehorcht. Fast alle meine Zuversicht auf mathematische Schönheit der zu entwickelnden Theorie ist in diesen bemerkenswerten Strukturen begründet.

Ich setze im folgenden die in 3.8 eingeführte Terminologie voraus.

4.1 Erste Auffälligkeit: Fraktale Basen

4.1.1 Beispiele

Wir betrachten die Übergangsmatrix M1:

$$(9) \quad M1 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 2 & 3 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 3 & 2 & 3 \\ \hline \end{array}$$

Aber auch (12) ist ein Ausschnitt aus einem Run von M1! Wir können nun auf (12) die Verfeinerung V11 wiederholt anwenden und erhalten jedesmal Ausschnitte aus Runs von M1. M1 gestattet noch andere Verfeinerungsvorschriften mit dieser Eigenschaft, z.B:

Symbol:		0	1	2	3
ersetzt		0	1	2	3
durch:		0 0	1 1	2 2	3 3
(13)	V12:	0 0 0	1 1 1	2 2 2	3 3 3
		0 0	1 1	2 2	3 3
		0	1	2	3
		0	1	2	3
	V13:	0 2	1 3	2 0	3 1
		2	3	0	1
		2	3	0	1
	V14:	3 0	2 1	1 2	0 3
		1	0	3	2
		1	0	3	2
		1	0	3	2
		1	0	3	2

M1 ist ein reversibler Zellularraum. Das führt dazu, daß wir in den Verfeinerungsvorschriften die Originalsymbole durch ganze Rhomben ersetzen können. Im zweiten, nicht reversiblen Beispiel:

$$(14) \quad M2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

können wir das nicht mehr. Hier lautet eine mögliche Verfeinerungsvorschrift:

$$(15) \quad V21: \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & & 0 & \end{array} .$$

Die konkrete Anwendung von V21 ist zweistufig. Im ersten Schritt

gehen wir, etwa vom Ausschnitt (16):

```
(16)      0 0 1 1
           0 1 0
           1 1
```

über zu einen mittels V21 verfeinerten, aber noch nicht in allen Stellen bestimmten Ausschnitt (17):

```
(17)      0 0 0 0 1 1 1 1
           0 . 0 . 0 . 0
           0 0 1 1 0 0
           0 . 0 . 0
           1 1 1 1
           0 . 0
```

Die freigelassenen Stellen werden dann im zweiten Schritt mittels M2 aus den jeweils darüberliegenden beiden Symbolen bestimmt. Mit

```
(18)      0 0 0 0 1 1 1 1
           0 0 0 1 0 0 0
           0 0 1 1 0 0
           0 1 0 1 0
           1 1 1 1
           0 0 0
```

erhalten wir dann wieder einen Ausschnitt aus einem Run von M2.

Das Wichtige an einer Verfeinerungsvorschrift ist nicht, daß wir auf einen Schlag alle "verfeinerten" Symbole angeben können, sondern daß wir nach einer effektiven Vorschrift lokal an verschiedenen Stellen der Originalrealisation, jeweils unabhängig von der Verfeinerung an den anderen Stellen, durchführen können. Wichtig ist auch nicht, daß die verfeinerte Version - wie in diesen beiden einfachen Beispielen - wieder ein Run der originalen Übergangsfunktion ist. Es gibt auch Fälle, wo Verfeinerungsvorschrif-

ten zu Runs anderer als der Ausgangs-Übergangsfunktion führen. Wichtig ist nur, daß die verfeinerten Versionen überhaupt einer lokalen Übergangsfunktion gehorchen.

Die Vielfalt der Phänomene in diesem Zusammenhang ist noch völlig unausgelotet. Es gibt beispielsweise auch Verfeinerungen, die auf anderen als der rhombischen Parkettierung der Raumzeitebene beruhen. Ich vermag auch noch keine allgemeine Definition der Verfeinerung anzugeben.

Wie gesagt, kann man sich genötigt sehen, bei der Verfeinerung zu einer anderen Übergangsfunktion überzugehen. Nach meinen bisherigen Erfahrungen bricht die Folge von immer "feineren" Übergangsfunktionen erstens nicht ab, d.h. man kann jede Übergangsfunktion verfeinern. Darüberhinaus wird in allen mir bisher untergekommenen Beispielen diese Folge schließlich stationär, d.h. man kann - wie in obigen Beispielen - schließlich eine Übergangsfunktion durch sich selbst einmal und damit immer wieder verfeinern. Geht man von einer Start-Übergangsfunktion M_0 aus, so erhält man eine Folge $M_0, M_1, M_2, \dots$ von jeweils die Vorgängerin verfeinernden Übergangsfunktionen, welche ab einem M_k schließlich stationär wird, d.h.

$$(19) \quad M_i = M_k \quad \text{für alle } i \geq k$$

erfüllt. Wenn eine Übergangsfunktion M_0 eine Verfeinerungsfolge mit (19) besitzt, so wollen wir sagen: M_0 hat eine fraktale Basis.

4.1.2 Diskussion

Ich hoffe, daß sich bei einer geeigneten Präzisierung der fraktalen Basis erweisen wird, daß jeder 1-ef-ZR eine solche besitzt.

Außer auf meine bisherigen Erfahrungen gründet sich diese Hoffnung hauptsächlich auf eine Analogie zum realen Universum. Dort sind hierarchisch niedrigere Dinge im allgemeinen auch "phyloge-

netisch" älter. Dem Ausdehnen und Abkühlen des Universums entspricht heutigen Vorstellungen zufolge eine hierarchisch aufsteigende Genealogie von Dingen. N a c h e i n a n d e r konnten sich Quarks (?), Elementarteilchen, Atome, ..., Galaxien, Cluster, etc (?), herausbilden. Einmal stabilisiert, blieben diese im ganzen Universum verbreiteten Dinge bestehen - als Spezies natürlich, zumeist nicht auch als Individuen. Als Folge dieses Sachverhalts müssen zur Isolierung immer "elementarerer" Teilchen immer höhere Energien, sprich: einem immer jüngeren Universum entsprechende Bedingungen geschaffen werden. Selbstverständlich ist diese "Spiegelung" der geschichtlichen Folge der Dinge in der aufsteigenden Folge der Hierarchieebenen nicht streng, aber doch zu auffallend, um als Zufall übergangen zu werden. Ich will dieses Prinzip die genetische Spiegelung nennen.

Wenn eine solche genetische Spiegelung nun nicht nur "zufällig" für unser physikalisches Universum zutrifft, sondern als allgemeines "evolutionslogisches" Prinzip gelten darf, so kann man schließen, daß Edenfreiheit gleichbedeutend ist mit unbeschränkter Verfeinerbarkeit.

Denn Edenfreiheit bedeutet ganz allgemein nichts anderes, als daß man beliebig tief in die Vergangenheit zurückgehen kann; die genetische Spiegelung reflektiert dieses Argument in ein unbeschränktes Hinabsteigen in die Hierarchie der Dinge. Wenn es überhaupt edenfreie Runs mit unbeschränkter Kodierungsdichte gibt, so bedeutet in ihnen diese unbeschränkte Verfeinerungsmöglichkeit wohl das Auftreten stets neuer Phänomene bei jedem Verfeinerungsschritt. In Modellen mit beschränkter Kodierungsdichte aber bedeutet die genetische Spiegelung wohl, daß beim fortgesetzten Hinabsteigen in der Hierarchie irgendwann einmal der Vorrat an neuen Phänomenen erschöpft ist. Mit anderen Worten, man hat dann genau so eine Situation, wie wir sie in Zellularräumen schon etwas exakter als fraktale Basis zu beschreiben gelernt haben.

Sollten sich diese Gedanken als tragfähig erweisen, so wären wir durch die innere Verbindung von Edenfreiheit, fraktaler Basis und genetischer Spiegelung um einen wahren Adonis von Denkfigur bereichert!

4.2 Zweite Auffälligkeit: Endliche Wörter lassen sich in Zykel einbetten.

4.2.1 Ein Beispiel

Endliche zusammenhängende Ausschnitte aus Konfigurationen eines Zellularraumes wollen wir Wörter dieses Zellularraums nennen. Wir betrachten wieder den einfachen 1-ef-ZR M2 aus (14) und dazu das einfache Wort W21:

$$(20) \quad W21 = 1 \ 1.$$

Wenn wir nun die beiden Enden dieses Wortes "aneinanderkleben", d.h. die räumliche Topologie von W21 zyklisch zu einem "Wortkreis" W21' :

$$(21) \quad W21' = \underbrace{1 \ 1}_{\curvearrowright}$$

schließen, bzw., was topologisch in gewissem Sinne gleichbedeutend ist, das Wort rechts und links unendlich oft mit sich selbst verketten:

$$(22) \quad W21' = \dots 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \dots ,$$

und darauf dann wiederholt die Übergangsfunktion M2 anwenden:

$$M2(W21') = \underbrace{1 \ 1}_{\curvearrowright} \\ \underbrace{0 \ 0}_{\curvearrowright} \\ \underbrace{0 \ 0}_{\curvearrowright} \\ \dots$$

(23) bzw.

$$M2(W21') = \begin{array}{cccccccc} \dots & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots \\ & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ & & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ & & & \dots & & & & & \dots \end{array}$$

dann kommen wir zwar in einen Zykel Z21 hinein,

$$(24) \quad Z21 = \begin{array}{c} 0 \ 0 \curvearrowright \\ 0 \ 0 \curvearrowright \\ \dots \end{array} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{c} \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \\ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \\ \dots \end{array}$$

aber das Ausgangswort W21 ist in diesem Zykel nicht enthalten. Wenn wir aber W21 in ein geeignetes größeres Wort W22 einbetten,

$$(25) \quad W22 = 1 \ 1 \ 0 \ ,$$

und dann mit diesem Wort die obige Prozedur wiederholen, so ist diesmal W22 selbst im entstehenden Zykel Z22 enthalten:

$$(26) \quad Z22 = \begin{array}{c} 1 \ 1 \ 0 \curvearrowright \\ 0 \ 1 \ 1 \curvearrowright \\ \dots \end{array} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{c} \dots \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ \dots \\ \dots \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ \dots \\ \dots \end{array}$$

Die allgemeine Definition dieser Auffälligkeit lautet so:

Definition: Sei M ein 1-ZR, W ein Wort. W ist in einen Zykel einbettbar, wenn ein Wort V existiert, in dem W enthalten ist, so daß die iterierte Anwendung von M auf das zyklisch geschlossene V schließlich wieder V ergibt. Ist in M jedes Wort in einen Zykel einbettbar, so besitzt M die Zykeleinbettungs-Eigenschaft.

4.2.2 Diskussion

Für einige nichttriviale Klassen von 1-ef-ZR habe ich schon zeigen können, daß dort jedes Wort in einen Zykel einbettbar ist. Außerdem ist mir noch kein einziger 1-ef-ZR und ein Wort dazu untergekommen, das nicht in einen Zykel einbettbar gewesen wäre. Darum möchte ich diese Auffälligkeit entschlossen als Vermutung behandeln:

Vermutung: Jeder 1-ef-ZR besitzt die Zykeleinbettungs-Eigenschaft.

Die Bedeutung dieser Vermutung liegt in dreierlei.

Erstens kann man ohne große Mühe herleiten, daß jeder 1-ZR mit der Zykeleinbettungs-Eigenschaft edenfrei ist. Jene Vermutung besagt die Umkehrung dieser Folgebeziehung. Edenfreiheit und Zykeleinbettungs-Eigenschaft wären damit äquivalent. Die Zykeleinbettungs-Eigenschaft nimmt eine Mittelstellung zwischen einer lokalen und einer globalen Bedingung ein: "Kreismörter" sind als endliche Ringe oder als unendliche, räumlich periodische Konfigurationen auffassbar. Wir hätten also zu der schon bekannten globalen und der lokalen Definition von Edenfreiheit noch eine vermittelnde dritte Version - sicher ein "schönes" Ergebnis.

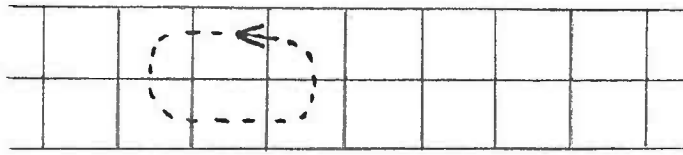
Zweitens ähneln Zykel in manchem unseren Vorstellungen von Dingen. Sie sind zeitlich periodisch und räumlich beschränkt. Wie man leicht herleitet, sind sie sogar streng reversibel: in einem Zykel sind die jeweiligen Vorgängerworte eindeutig bestimmt, auch wenn die lokale Übergangsfunktion nicht reversibel ist. Es scheint also zum Kennenlernen zumindest von "basalen" Dingen lohnend, solche Zykel näher zu untersuchen. Das Hindernis, daß Zykel im Querschnitt als "Kreismörter" topologisch nicht in die Zellularraumkonfigurationen hineinpassen, ist beim zweiten Hinsehen im Prinzip zu überwinden. Wir könnten zum Beispiel gleichsam doppel-schichtige 1-ZRe betrachten, in denen eine Konfiguration aus einer doppelten Lage von Zellen besteht:

(27)



Hierin wären dann "Kreismörter" interpretierbar, z.B. eines der Länge 6 folgendermaßen:

(28)



Neben dieser etwas plumpen mathematischen Hausmacherart fallen jedem Mathematiker sicher auf Anhieb noch eine ganze Reihe verfeinerter und flexiblerer Möglichkeiten der Kodierung von topologisch nicht zu Intervallen homologen "Wortformen" ein.

Drittens würde uns die Zykeleinbettbarkeit die Möglichkeit verschaffen, jedes Wort und damit jeden endlichen Ausschnitt aus einem Zellularraum-Run in einem abgeschlossenen System zu untersuchen. Wir hätten effektiv ein Denkwerkzeug zur Verfügung, das in seiner rekursionstheoretischen Effektivität noch weit über die *Petitio principii* des "abgeschlossenen" physikalischen Systems hinausreicht. Wir könnten gleichsam effektiv jeder halben Henne das Leben retten, indem wir sie in eine ewig wiederkehrende ganze Henne samt dito Umwelt einbetteten!

4.3 Dritte Auffälligkeit: Es gibt hierarchisch unproduktive 1-ef-ZRe.

Zunächst einige intuitive Umschreibungsversuche um den Ausdruck "hierarchisch unproduktiv". Er soll anschaulich bedeuten, daß Runs entsprechender Zellularräume bei der Betrachtung zunehmend großer räumlicher Größenordnungen keine qualitativ neuen Eigenschaften zeigen. Es gibt keine "Emergenz von Systemeigenschaften", "das Ganze ist nicht mehr als die Summe seiner Teile", "die Runs sind durch alle Größenordnungen hindurch streng selbstähnlich". Wenn unsere Welt hierarchisch unproduktiv wäre, dann würden Quantenmechanik, Biologie und Kosmologie dieselben Phänomene beschreiben, nur in verschiedenen Größenausführungen.

4.3.1 Ein Beispiel

Wir betrachten wieder den alten Bekannten M2 aus (14). Wir schreiben einen Ausschnitt aus einem Run an und unterstreichen in einem "doppeltgroben Raster" jedes zweite Symbol "auf Lücke" in jeder zweiten Zeile:

$$\begin{array}{cccccccc}
 \underline{0} & 1 & \underline{1} & 0 & \underline{1} & 0 & \underline{1} & 0 & \underline{0} & 1 \\
 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & \\
 (29) & \underline{1} & 1 & \underline{0} & 0 & \underline{0} & 0 & \underline{1} & 1 & \\
 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & & \\
 & \underline{1} & 1 & \underline{0} & 0 & \underline{1} & 1 & . & &
 \end{array}$$

Nun schreiben wir die unterstrichenen Symbole heraus:

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 (30) & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & 1 & 0 & 1 & ,
 \end{array}$$

und erhalten wieder einen Ausschnitt aus einem Run von M2!

Hat man einmal eine solche Vergrößerung mit einer Rasterbreite n gefunden (hier: $n = 2$), so erhält man durch Iteration dieselbe Vergrößerung bei Rasterbreiten $n^2, n^3, \dots$.

Ähnlich wie bei der fraktalen Basis gibt es hier eine noch völlig ungeklärte Phänomenvielfalt. Das Vergrößerungsraster kann gegenüber dem Originalraster geschert oder gestreckt sein. Die bei der Vergrößerung "herausgeschriebenen" neuen Ausschnitte können auch einer anderen, und zwar anscheinend stets einfacheren Übergangsfunktion als der originalen gehorchen. "Einfacher" soll hier heißen, daß die der vergrößerten lokalen Übergangsfunktion zugeordnete Matrizenhalbgruppe $\mathcal{M}'$ eine Untergruppe der Matrizenhalbgruppe $\mathcal{M}$ der originalen lokalen Übergangsfunktion ist (vgl. 3.8). Bei Iteration der Vergrößerung können mehrere solcher Vereinfachungen aufeinanderfolgen, bis schließlich eine "vergrößerungsstabile" lokale Übergangsfunktion erreicht wird.

4.3.2 Diskussion

Diese Auffälligkeit ist in gewisser Weise das Gegenstück zur fraktalen Basis. Bei jener war zu hoffen, daß sie in jedem 1-ef-ZR auftritt. Hier aber macht man sich rasch klar, daß hierarchische Unproduktivität wohl auf "sehr einfache" Zellularräume beschränkt ist. Bei "den meisten" Übergangsfunktionen ist nämlich in einem "dreieckigen" Run-Ausschnitt der Art:

$$(31) \quad \begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & \\ & & & x \end{array}$$

das "Resultat" x der Entwicklung von jedem Symbol der "Determinationsbasis" (hier: $a b c d$) abhängig. Dann ist aber eine hierarchische Unproduktivität im hier angezielten Sinn nicht möglich. Es wäre auch fatal, wenn diese Auffälligkeit in jedem 1-ef-ZR vorkäme. Denn schließlich wollen wir ja Evolutionen untersuchen: die Biologie soll mehr bieten als die Elementarteilchenphysik.

Ich vermute, daß es gerade die noch eingehender zu besprechenden "primitiven" 1-ef-ZRe sind, welche diese Auffälligkeit zeigen.

Die Relevanz dieser Auffälligkeit erscheint am deutlichsten vielleicht wieder in einer Analogie zum realen Universum. Hier erstreckt sich etwas der hierarchischen Unproduktivität Entsprechendes zwar nicht streng über alle Größenordnungen hinweg. Aber einige benachbarte Größenordnungen können manchmal und teilweise nach denselben qualitativen Prinzipien organisiert sein. Typische Beispiele liefern quasi-fraktale Dinge wie Farnblätter, Flußsysteme, Wolken. Besonders wilde Tornado-"Windhosen" bilden im Hauptwirbel nochmals "Unterwirbel" aus. Neutronen, Atome, Moleküle, Billardbälle können, als Gaspartikel aus der Sicht der entsprechenden Theorie betrachtet, qualitativ dasselbe Interaktionsverhalten zeigen. Die Gravitationskraft schließlich wirkt qualitativ einheitlich über alle Größenordnungen hinweg. Wieder sind diese Erschei-

nungen nicht streng faßbar, aber zu auffällig, um als zufällig abgetan zu werden.

Vielleicht machen solche qualitativen Ähnlichkeiten in benachbarten Hierarchieebenen das Universum erst intelligibel. Können wir uns ein Universum überhaupt vorstellen, in dem alle einzelnen Ebenen qualitativ nach anderen Prinzipien strukturiert sind? Ist es nicht vielsagend, daß die naturwissenschaftliche Erklärung der Welt mit der vielleicht einzigen wirklich hierarchieübergreifenden Kraft anheb: der der Gravitation? Qualitative Ähnlichkeiten schaffen erst Vergleichbarkeit; Vergleichbarkeit erst erlaubt Übergänge von einer Ebene zur anderen. Sie gibt uns in der Hierarchie "vertikale logische Beweglichkeit". Ohne sie müßten wir uns für jede Ebene ein gesondertes Weltbild entwerfen. Wir würden in einem Durcheinander lauter disparater Welten leben - beziehungsweise untergehen.

Eng verbunden mit der qualitativen Ähnlichkeit zwischen benachbarten Ebenen ist das Wachstum, und hiermit wiederum das logische Problem des diachronischen Aspekts, der Konstanz der Identität. Das möchte ich aber nicht weiter ausführen.

Die hierarchische Unproduktivität könnte für die Entwicklung eines Resonanzkriteriums bedeutsam werden. Wenn wir einmal auf der "Basisebene" ein Resonanzkriterium haben, so könnten wir es durch qualitative Ähnlichkeiten auf benachbarten Ebenen vielleicht auf höhere Ebenen "liften".

4.4 Den mathematischen Schlüssel zu all diesen Auffälligkeiten vermute ich in den "primitiven" Zellularräumen.

Ein primitiver 1-ef-ZR ist dadurch definiert, daß seine Matrizenhalbgruppe $\mathcal{M}$ gerade nur aus $M_1, \dots, M_k$ besteht:

$$(32) \quad \mathcal{M} = \{M_1, \dots, M_k\}.$$

Die mehrfach benutzten Beispiele M1 und M2 sind primitiv.

Ich glaube, daß es keine wirklich harten Schwierigkeiten bereiten wird, erstens die Struktur primitiver Zellularräume vollständig aufzuklären,
 zweitens zu jedem primitiven Zellularraum eine fraktale Basis anzugeben,
 drittens für primitive Zellularräume die Zykeleinbettungs-Eigenschaft nachzuweisen,
 viertens für primitive Zellularräume eine geeignete hierarchische Unproduktivität zu definieren und nachzuweisen.

Der gemeinsame Schlüssel für diese vier Aufgaben hinwiederum scheint mir in einer vermuteten, recht merkwürdigen Eigenschaft primitiver Zellularräume zu bestehen. Sie verhalten sich vermutlich als Funktionale (auf sich selbst angewandt) genauso wie als Funktionen (auf die Symbole des Zustandsalphabets angewandt).

Genauer besteht die Eigenschaft "Funktion = Funktional" in folgendem. Gegeben sei ein primitiver Zellularraum M mit charakteristischen Matrizen $M_1, \dots, M_k$. Wegen der Primitivität von M liefert die paarweise Multiplikation der charakteristischen Matrizen jeweils wieder Elemente aus $\{M_1, \dots, M_k\}$. Wir können also eine Multiplikationstabelle als $k \times k$ -Matrix M' nach der folgenden Vorschrift anlegen:

$$(33) \quad M'(i,j) := n \text{ für das } n \text{ mit } M_i M_j = M_n.$$

Dann gilt für M' vermutlich (bis auf gewisse simultane Spalten/Zeilenpermutationen):

$$(34) \quad M' = M,$$

oder, äquivalent dazu: iterieren wir den Übergang von M zu M' und erhalten dadurch $M'', M''', \dots, M^{(m)}, \dots$, so gilt für ein gewisses m :

$$(35) \quad M^{(m)} = M.$$

M verhält sich also in gewisser Hinsicht als Funktional bezüglich Komposition genau so wie als Funktion bezüglich "normaler" Anwendung.

Nachdem die oben angegebenen vier Aufgaben alle gelöst sind, dürfte sich der nächste Schritt deutlich schwieriger gestalten: beliebige 1-ef-ZRe als geeignet zu definierende "Überlagerungen" primitiver Zellularräume darzustellen und damit - hoffentlich - Eigenschaften der primitiven Zellularräume übertragen zu können. Wie diese Überlagerung zu definieren sein soll, ist noch völlig unklar. Auf klassisch algebraischen Pfaden zu wandeln, führt nach meinen bisherigen Erfahrungen nicht weit.

Überhaupt glaube ich zu spüren, daß algebraische Methoden das Wesen von 1-ef-ZRen verfehlen. Es bricht eben die Unterscheidung zwischen Funktion und Argument zusammen. Edenfreie Zellularräume sind irgendwie in ihrem Kern typenfrei.

Wenn wir alle die in diesem 4. Abschnitt angesprochenen Dinge einigermaßen verstehen, ist der Weg zu einem Resonanzkriterium und darüberhinaus zu ersten Entwürfen einer evolutionären Logik für 1-ef-ZRe wohl nicht mehr allzu weit.

5 AUSBLICK: EINIGE FRAGEN, DIE EINE ALLGEMEINE EVOLUTIONÄRE LOGIK VIELLEICHT BEANTWORTEN HELFEN KANN

5.1 Was ist die Entropie der Welt?

Manche Schwierigkeiten mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik scheinen mir noch nicht vollständig geklärt. Noch nicht ausgeräumte Schwierigkeiten sehe ich vor allem darin begründet, daß der Zweite Hauptsatz nur für abgeschlossene Systeme definiert ist, aber unklar ist, ob oder wie gegebenenfalls das ganze Universum als abgeschlossenes System aufzufassen ist. Ein Resultat dieser Ungewißheit ist das immer wieder angeführte und mit immer neuen Klarstellungen zurückgewiesene Dilemma, daß der Zweite Haupt-

satz eine "Zunahme der Unordnung" fordere, aber im Universum sich allüberall eine "Selbstorganisation" und mithin eine "Zunahme der Ordnung" manifestiere.

Ich möchte hier - voller Unsicherheit - auf eine Eigenschaft von Graphenmodellen hinweisen, welches dies Dilemma, sofern es überhaupt besteht, entschärfen könnte. Nach den Vorstellungen über "Trichterbildungen in die Vergangenheit" (vgl. 3.10) wären räumlich endliche Welten denkbar, welche zwar eine beschränkte Kodierungsdichte aufweisen, - wodurch die Definition eines Entropiemaßes erst möglich wird! -, welche aber dennoch im Laufe ihrer Entwicklung stets zunehmend reichhaltige Entitäten erzeugen. In solchen Welten könnte man in einigermaßen abgeschlossenen Subsystemen fast immer eine Zunahme der Entropie feststellen, ohne daß für die Gesamtwelt eine Auflösung in ein statistisches Chaos folgt. Die lokale Entropiezunahme wird gleichsam durch die Hierarchieentfaltung nach oben immer wieder aufgefangen, sogar überholt. Einigermaßen abgeschlossene Subsysteme desintegrieren - aber diese Auflösung ist ein gestaltender, erhaltender Faktor im Organisationsrahmen einer übergeordneten Entität.

In der Entropiediskussion scheint mir kein Weg um das Münchhausen-Trilemma am oberen Ende der Hierarchie herumzuführen. Ich möchte sogar noch zwei Vermutungen zum Ausgang dieser Sache wagen.

Erstens: Nach meinem Gefühl kann das Münchhausenproblem am oberen Ende der Hierarchie befriedigend-effektiv nur durch eine der fraktalen Basis entsprechende Figur gelöst werden.

Zweitens: Dadurch wird die Entropiediskussion im Globalen hinfällig, weil die Shannonsche Information gar nicht mehr definierbar ist. Der globale Zeitpfeil hat nichts mit irgendwelchen Phänomenen der Entropiezunahme zu tun. Ganz bündig gesagt: Entropie ist innerhalb einer Größenordnung, Evolution ist zwischen den Größenordnungen, in ihrem Wechselspiel, definiert.

5.2 Warum sind rückwärtslaufende Filme "unlogisch"?

Ein Film mit Alltagsaufnahmen zeigt eine drastisch "verkehrte" Welt, wenn wir ihn von hinten nach vorn ablaufen lassen. Zu diesem Urteil der Verkehrtheit (bzw. zum Urteil der Richtigkeit bei vorwärts laufendem Film) dürften uns mehrere deutlich voneinander zu unterscheidende Wahrnehmungs- und Denkprozesse gelangen lassen. Auch das räumliche Sehen umfaßt ja überraschend viele auch unabhängig voneinander funktionierende Mechanismen. Warum sollte dann das logisch doch um einiges komplexere "zeitliche Sehen" auf einen einzigen wirksamen psychischen oder logischen Mechanismus zurückzuführen sein!

Es fällt nicht schwer, einige mentale "Zeitpfeilm Mechanismen" zu nennen. Wenn beispielsweise Wellen in einem Teich konzentrisch aufeinander zulaufen und im Moment, wo sie gehäuft aufeinander treffen, ein Stein aus der Wasseroberfläche herausspringt, dann wirkt das aus mindestens zwei "Gründen" verkehrt: Erstens haben wir so etwas noch nie gesehen, nur immer die zeitliche Umkehrung; der Ablauf paßt nicht in unser bisher erworbenes und vielfach bewährtes Weltwissen. Zweitens wird man in den konvergierenden Wellen eine unglaubliche "prästabilisierte Harmonie" wittern, die normale Ursache-Wirkungs-Beziehung aufgehoben sehen.

Urteilsmechanismen dieser Art können wir mit den Mitteln einer evolutionären Logik zwar nicht untersuchen. Sie sind Forschungsgegenstand der Psychologie. Aber wir können vielleicht einige Kategorien bereitstellen, welche wenn auch keinen psychologischen, so doch einen sachlogischen Alltags-Zeitpfeil erklären. Dieser hinwiederum könnte den Psychologen als Sprungbrett dienen.

Zunächst eine bemerkenswerte negative Aussage darüber, wie man einen solchen sachlogischen Alltags-Zeitpfeil eben nicht erklären kann. Selbst wenn sich für den globalen evolutionären Zeitpfeil die Irreversibilität der konstituierenden Regel als notwendig erweist (vgl. 3.12), so wird man doch diese Basis-Irreversibilität nicht direkt für die Erklärung des Alltags-Zeitpfeils heranziehen können!

Denn erstens sind die für den Alltag typischen Zeitspannen außerordentlich klein gegenüber den global evolutionären. Wenn sich der evolutionäre Zeitpfeil-Mechanismus schon in diesen winzigen Zeitabschnitten deutlich zeigte, dann würde er in globalen Zeiträumen "viel zu viel" Veränderung erbringen. Der evolutionäre ist nicht der Alltags-Zeitpfeil.

Zweitens sind Alltagssituationen offenbar ohne Verletzung nicht-thermodynamischer physikalischer Regelmäßigkeiten reversibel. Sie sind als physikalisch gesetzmäßige Abläufe, ja vielleicht überhaupt als intelligible Abläufe zu begreifen gerade dank der Nicht-evolution, die fixen Einheitlichkeit der beschreibenden Begriffe (vgl. 3.13).

Die Aufgabe lautet also wohl so: Wir müssen erklären, wieso im Laufe der globalen Evolution eine "Sachlogik" entsteht, welche in Run-Ausschnitten von Alltagsformat einerseits in hervorragender Näherung bezüglich phänomenaler Regelmäßigkeiten reversibel ist, andererseits aber mit erdrückender Wahrscheinlichkeit unter den im Prinzip reversiblen Vorgängen nur die "positive Zeitrichtung" zum Zuge kommen läßt.

Vielleicht ist diese Aufgabe nur eine Scheinaufgabe. Nach unseren Vorstellungen aus 3.13 sind ja phänomenale Regelmäßigkeiten, nur weil sie überhaupt begrifflich faßbar sind, schon lokal reversibel. Wir können diesen Vorstellungen zufolge nur das Reversible überhaupt als Regelmäßiges, als *e i n e m* Begriff Gehorchendes, erfassen. Vielleicht ist ja nun alles das, was im Alltag irreversibel ist, eben darum nicht im üblichen Sinne begrifflich, klar und deutlich erinnerbar, zu erfassen. Erinnern, - und das ist ja nichts anderes als: seine Begriffe gebrauchen -, heißt Zurückschauen, in sich Zurückgehen, Spuren Zurückverfolgen. Erinnerbares und Reversibles und Begreifbares: eineiige Drillinge? Aber wir können über solche Dinge gegewärtig noch nicht sprechen, ohne in einen mystifizierenden Singsang zu geraten.

Ich möchte jener Nuß lieber einen harten Kern zubilligen, und zum Knacken zwei Spekulationen anstellen. Die erste betrifft die "Selbstorganisation", die Stabilität von Dingen und vielleicht

allgemein von Entitäten. Ein Mensch kann bis dato im wesentlichen nur auf eine Weise entstehen, aus den verschiedensten äußeren Anlässen aber vergehen. Allgemein: daß ein stabiles, entwicklungsfähiges Ding einer bestimmten Art entsteht - und innerhalb großer, weit übergeordneter Entitäten entstehen die Dinge bevorzugt in bestimmten "Arten"! - , setzt viel spezifischere Umstände voraus, als daß es zerstört wird. Zerstörungs"mechanismen" sind wenig wählerisch. Dies Prinzip kann man in Alltags-Größenordnungen gut beobachten. Es ist sicher eine Komponente des Alltags-Zeitpfeils. Es ist aber selbst erklärungsbedürftig.

Ein Erklärungsansatz könnte sich Lernen, Wachstum, Altern zunutze machen. Vielleicht erweist es sich für die Stabilität eines Gegenstandes als unabdingbar, daß er lernen kann, daß er Erfahrungen speichern kann. Das kann das Sammeln abstrakt gespeicherter Erfahrungen beim Menschen sein oder das konkrete Sammeln von Rissen und Schründen bei einem Stein im Geröll. Zwanglos könnte man auf ein so verstandenes Lernen recht abstrakte Konzepte von Wachstum und Altern aufbauen. Alte, reife, "ausdifferenzierte" Dinge haben viele Angriffspunkte, an denen eine Zerstörung im Kleinen ansetzen kann. Sie haben gleichsam mehr lebenswichtige logische Organe als junge Dinge. Ihre Adaptationsgeschwindigkeit und der Grad der möglichen Anpassung ist gegenüber jungen Dingen vermindert, eben weil nicht mehr so viel Noch-Mögliches frei ist, weil in den vielen vergangenen Erfahrungen schon so viel entschieden und ausgeformt wurde. Neue äußere Ansprüche, welche junge Dinge mit freien, noch nicht entschiedenen Entwicklungsmöglichkeiten auffangen können, zerreiben alte Dinge.

Die zweite Spekulation betrifft eine Einordnung des Schwierigkeitsgrades jener Aufgabe. Es geht um den Abstraktionsaspekt (vgl. 2.12), vor dessen Behandlung ich mich bisher gedrückt habe. Er klang eben schon an in der Rede von einer "bestimmten Art". Ich vermute, daß dieser Aspekt bei einer befriedigenden Erklärung des Alltags-Zeitpfeils berücksichtigt werden muß. Den Alltag und seine Sachlogik verstehen wir in hohem Maß unter den Auspizien der Klassenbildung. Bevor wir an die Erforschung der Alltags-

Zeitlogik gehen, bräuchten wir erst einmal ein "alltags-sachlogisches Verwandtschaftskriterium", mit dem wir ohne Stützung auf unser Urteilsvermögen Klassenzusammengehörigkeiten definieren können. Aber in der Logik der Evolutionen kommt die Klassenbildung, wenn überhaupt, erst sehr spät. Sie ist eine abgeleitete Operation, die aus einer typenfreien evolutionären Logik heraus wohl schwer so zu definieren sein wird, daß sie mit unserer intuitiven Vorstellung harmoniert.

Die Frage nach dem Alltags-Zeitpfeil dürfte also überaus schwierig sein. Denn ihre Lösung liegt in der Kombination einer typenfreien evolutionären und "unserer" Klassenlogik, durch deren Optik wir den Alltag erschließen.

5.3 Was ist eine Eigenschaft? - I -

Wenn wir erst einmal mit einem brauchbaren Resonanzkriterium Entitäten im Strom des Geschehens isolieren können, und einigermaßen verstehen, wie Entitäten durch Interaktionen zu stabilen übergeordneten Entitäten zusammentreten, dann ist der Weg zu einer Klärung des Eigenschaftsbegriffs vielleicht in der Hauptsache schon zurückgelegt. Die vermutete angenäherte Periodizität von Entitäten (vgl. 3.17) läßt sich zwanglos als Interaktions"muster" ihrer Komponenten deuten. Solche periodische Interaktionsmuster kann man mit topologisch-kombinatorischen Hilfsmitteln voneinander unterscheiden. Man kann sich dies zumindest bei hierarchisch ziemlich basalen Entitäten wohl recht gut bildlich als Unterscheidung von "Zopfmustern" vorstellen. Den Strängen des Zopfes entsprechen die Komponenten, dem Flechtmuster das Interaktionsmuster. Verschiedene Flechtmuster äußern sich dann in verschiedenen beobachtbaren Eigenschaften, d.h. verschiedenen äußeren Interaktionsmöglichkeiten der entsprechenden Entitäten. So könnte zumindest für zusammengesetzte Entitäten der zunächst ja schier nicht mehr weiter erklärbare Eigenschaftsbegriff auf elementarmathematische Beziehungen reduziert werden. Und ist eine fraktale Basis vorhan-

den, so kann vielleicht jede Entität als zusammengesetzt aufgefaßt werden.

5.4 Was ist eine Eigenschaft? - II -

Ich habe in diesem Aufsatz wiederholt Begriffe in einen Topf geworfen, die üblicherweise einzeln genossen werden: Eigenschaft, Attribut, Observable, Regelmäßigkeit, Qualität, Begriff u.a. Die mit dieser Liste auf verzwickte Weise verwandte Beispielliste von Entitäten aus 2.7 enthielt gar gleichzeitig Individual- und Gattungsbegriffe.

Wenn wir "Gelbes" denken, dann ist unser Hirnstrommuster nicht kategorial verschieden von jenem, das entsteht, wenn wir an den gelben Stift da vor unseren Augen auf dem Schreibtisch denken. Ich kann mir kein effektives Verfahren vorstellen, mit dem ein Neurophysiologe an unseren Hirnvorgängen ablesen kann, ob wir gerade einen Individual- oder einen Gattungsbegriff denken. Der reale Vollzug unseres Denkens ist typenfrei. Die eine, einheitliche Wirklichkeit ist typenfrei.

Eine allgemeine evolutionäre Logik muß auch Evolutionen behandeln können, die so komplex sind wie unsere Hirnvorgänge bzw. deren Erlebniskorrelat. In Modellen von solcher Komplexität können wir das ganze Spektrum unserer Individual- und Gattungsbegriffe einheitlich realisieren.

Die Komplexität unserer Denkvorgänge können wir vielleicht als eine topologische verstehen (vgl. 3.3 und 5.7) Die Entitäten in unserem Denken haben sicher keine einfachen, unverzweigten Trajektorien - wenn in solch topologisch gordisch-dynamischen ev-Runs überhaupt noch Trajektorien definierbar sind. Die Topologie der physikalischen Wirklichkeit ist wohl einfacher, "wormhole-freier" als jene. Vielleicht gestattet uns erst ein solcher niedriger Grad topologischer Komplexität die Definition von Dingen mit unverzweigten zusammenhängenden Trajektorien.

Eine wirklich luxuriöse evolutionäre Logik könnte vielleicht aber

sogar Modelle behandeln, in denen beide Komplexitätstypen gemeinsam vorkommen. Dort könnte man dann Individual- und Gattungsbe-
griffe durch ihren "Trajektorientyp" redefinieren, und vielleicht
diese beiden klassischen Begriffssorten nur als zwei Punkte in
einem ganzen Spektrum von möglichen Begriffstypen aufzufassen ler-
nen.

5.5 Warum ist die biologische Evolution so schnell?

Den Vertretern des Darwinismus' wird manchmal vorgerechnet, daß
die reale Evolutionsgeschwindigkeit höher sei als nach Darwins
Prinzipien erklärlich. Soweit ich das beurteilen kann, sind sol-
che Einwände zum Teil durchaus ernstzunehmen. Ich glaube aber,
daß die Grundprinzipien des Darwinismus' noch lange nicht ausge-
reizt sind.

Darwin selbst hat, soweit ich weiß, als Träger und Angriffspunkt
von Mutation und Selektion die Arten gesehen. Spätere Modelle dif-
ferenzieren, indem sie beispielsweise zusätzlich räumlich mehr
oder minder voneinander getrennte Populationen einer Art oder
Populationssysteme mehrerer Arten zugrundelegen. Die Soziobiolo-
gie hat dem darwinistischen Denken die Mikroebene der Gene hinzu-
gewonnen. Seitdem man mit Computern evolutionäre Vorgänge simulie-
ren kann, werden Wechselwirkungen zwischen den verschiedensten
Faktoren ins Spiel miteinbezogen: Verhaltensweisen von Arten, ja
sogar Individuen, Wanderungen, Klima, Biotopentwicklung ... "any-
thing goes".

In der Sprache einer evolutionären Logik wird man alle diese und
die vielen noch unerschlossenen Erweiterungen des Trägerbereichs
darwinistischer Prinzipien vielleicht mit einem einzigen Satz um-
reißen können: J e d e Entität kann zum Träger von Mutation und
Selektion werden. Die Kraft dieses Satzes liegt im Reichtum eines
allgemeinen Entitätsbegriffs (vgl. 2.7) und der Auffassung, daß
alle Entitäten mittelbar miteinander interagieren, ob es nun Ar-
ten, Populationen, Individuen oder Gene, ob es Dinge oder Gesetz-

mäßigkeiten sind, ob es die physikalische, die makrobiologische oder vielleicht gar die kosmologische Ebene betrifft. Die Geschwindigkeit der Evolution wäre keine Hexerei mehr. Im Gegenteil. Man müßte anfangen, sich Gedanken um das vorsokratisch anmutende Problem zu machen, wie Evolutionen überhaupt Maß und Gesetz finden und halten können.

Mutation und Selektion setzen eine zeitliche Periodizität ihres Trägers voraus. Mutation bedeutet ja nichts anderes als die Wiederholung des angenähert Gleichen. Das Urbild dieser Periodizität ist der Fortpflanzungszyklus. Der moderne Darwinismus bettet den Fortpflanzungszyklus in längerperiodische, z.B. klimatische Zykel ein. Wenn ein Tier eine Verhaltensweise beherrscht bzw. erwirbt, so äußert sich dies durch Wiederholung der Verhaltensweise bzw. deren "Embryos"; und die individualgeschichtliche Entwicklung von Verhaltensweisen kann analog zur Entwicklung der Arten interpretiert werden. Alle diese periodischen Vorgänge wechselwirken aber miteinander, denn sie finden alle in ein und derselben Wirklichkeit statt. Ein moderner Darwinismus läßt Selektion und Mutation in einem komplexen Geflecht repetitiver Vorgänge auf den verschiedensten Ebenen wirken und wechselwirken.

Wenn aber Darwinismus sich mit repetitiven Geschehensgeflechten beschäftigt, dann kann umgekehrt die erträumte allgemeine evolutionäre Logik Gedanken des Darwinismus' verwenden. Denn die Logik der Evolutionen ist nach den in diesem Aufsatz dargestellten Auffassungen im wesentlichen vielleicht nichts anderes als eine Theorie repetitiver Geflechte. Das Problem des Entstehens und Stabilitäts von Entitäten könnte sich als ein reiner abstrakter Darwinismus entpuppen.

5.6 Wie sicher kann man in der Hierarchie hinabsteigen?

Einfachste Präzisierung der Frage: Nehmen wir an, wir hätten eine evolutionäre lokale Übergangsfunktion eines Zellularraumes und ein Resonanzkriterium. Nehmen wir weiter an, wir hätten in einem

Run dieser Übergangsfunktion mittels des Resonanzkriteriums auf einer Ebene mittlerer Größenordnung das Geflecht der Entitäten herauspräpariert. Können wir nun aus der Kenntnis dieser Entitäten (und der Übergangsfunktion) schon die Entitäten der nächstniedrigen Ebene erschließen? Ich vermute: ja. Denn ich kann mir vorstellen, daß in Zellularräumen das Prinzip "keine Ursache ohne Wirkung" gilt, und zwar in der Präzisierung, daß auf niedrigeren Ebenen definierte Wechselwirkungen zwischen Entitäten auf die Dauer in einem "hierarchisch aufsteigenden Schmetterlingseffekt" Wirkungen in höheren Ebenen zeitigen.

Eine kompliziertere Konkretisierung der Frage: Gehen wir nicht mehr von einer bekannten Übergangsfunktion aus, sondern von einer ganzen Klasse, im Extremfall von allen edelfreien Übergangsfunktionen! Wir nehmen wieder an, daß wir in einem gegebenen Run aus dieser Klasse in einem gewissen Größenordnungsbereich alle Entitäten isoliert haben, die wir mit einem gegebenen Resonanzkriterium isolieren können. Können wir nun die Entitäten der niedrigeren Ebenen erschließen? Ich vermute, daß das möglich, aber nicht mehr eindeutig möglich ist. Man findet leicht Runs, denen verschiedene Übergangsfunktionen zugrundeliegen, die sich aber im hierarchischen Aufstieg ab einer bestimmten Größenordnung "äquivalent" verhalten, d.h. genauer: mittels rein lokal definierter effektiver Verfahren (vgl. 4.1.1) ineinander umgewandelt werden können. "Nach unten" können Schlüsse bei unbekannter Übergangsfunktion also wohl nicht eindeutig sein. Die Aufgabe ist hier, Äquivalenzklassen von Übergangsfunktionen auszuzeichnen, welche zu Runs führen, die ab gewissen Ebenen aufwärts vom Resonanzkriterium nicht mehr unterschieden werden können.

Diese Version der Frage hängt eng mit mancherlei anderen Fragen zusammen, zum Beispiel erstens: Können wir einer Beschreibung auf einer festen Ebene ansehen, wie weit diese Ebene von der "Basisebene" entfernt ist, - und ist dieser Abstand bei nicht vorgegebener Übergangsfunktion überhaupt definiert?

Zweitens: Gibt es vielleicht sogar universale Übergangsfunktionen? Das wären solche, die zu jedem Run irgendeiner Übergangs-

funktion mit einem im oben angedeuteten Sinn äquivalenten eigenen Run aufwarten können.

Drittens: Kann ein und dieselbe Übergangsfunktion qualitativ verschiedene Runs besitzen? Als "qualitativ verschieden" könnte man dabei beispielsweise Runs ansehen, in welchen nicht dieselben "Elementarteilchen" vorkommen. Eine sinnvolle Präzisierung dieser Frage wird dadurch erschwert, daß man zu jeder lokalen Übergangsfunktion "pathologische" Runs finden kann, in denen nur ein kleiner Teil des in der Übergangsfunktion eigentlich angelegten qualitativen Spektrums zum Vorschein kommt. Ein ähnliches Problem hat uns schon in 3.12 aufgehalten.

Solche Fragen haben unmittelbare Entsprechungen in Metafragen der theoretischen Physik. Wie genau kann die Übergangsfunktion unserer Welt, wenn es sie denn gibt, im Prinzip festgestellt werden? (Unser Urteilsvermögen als Resonanzkriterium verschafft uns ein Bild vom Geflecht der Entitäten mittlerer Größenordnungen!)

5.7 Zum Abschluß eine Frage, die deutlich macht, daß wir erst ganz am Anfang stehen: Wie hängen Abstraktions- und Raumbegriff zusammen?

In 3.3 habe ich gemutmaß, daß unsere Fähigkeit der Klassenbildung verwandt, wenn nicht identisch mit unserer Assoziationsfähigkeit sei, und daß Assoziationen in raumzeitlichen Modellen als "wormholes", als topologische Brücken vorzustellen seien.

Nun sind wir in unseren Assoziationen zwar in einem kaum abschätzbaren, aber wohl doch nicht vollkommenen Grade frei. Es fällt dem Nichtpoeten leichter, die Sonne mit dem Mond zu assoziieren, als mit dem Lächeln eines rotblonden Kindes in Waldshut. Unser Assoziieren findet manche Bahn leichter als andere, wenn vielleicht auch mit der nötigen Anstrengung jede Verbindung hergestellt werden kann. Die Bedingungen, welche hier die einen vor den anderen Bahnungen auszeichnen, sind so komplex und qualitativ gebärfreudig wie das Leben selbst.

Die erträumte allgemeine evolutionäre Logik sollte diese Bedingungen nachzeichnen können, - Gott weiß wie, und ob wir's je wissen

werden, weiß kein Mensch. Ich kann mir jene ferne Logik kaum anders denn als ein topologisch sehr flexibles und dynamisches Raumzeitmodell vorstellen (ähnlich den Graphenmodellen), in welchem die Information in die Raumzeitstruktur selbst kodiert ist. Eine solche Modellierung unserer Denkleistungen erfordert aber nicht nur, daß die Raumtopologie sich im Lauf der Zeit verändert nach Bedingungen, welche selbst in derselben Raumtopologie kodiert sind und stets sich "aus sich heraus" verändern. Dieses Kunststück ließe sich wohl mit der in 2.10 und 3.16 vorgeschlagenen "Steuerung", "Koordinierung" von Vorgängen in einer Hierarchieebene durch die sich vergleichsweise langsamer verändernde Information der nächsthöheren Ebene zuwege bringen. Das setzt aber eine intakte, ordentliche Hierarchie voraus, mit irgendwelchen vielleicht unkonventionellen, aber "sauberen" Lösungen des Münchhausenproblems am oberen und unteren Ende der Hierarchie. Eine solche aufgeräumte Hierarchie stimmt aber nicht mit unserer Denkwelt zusammen! Die Freiheit unseres Denkens geht so weit, daß fast beliebig A als unter gewissen Aspekten B hierarchisch übergeordnet gedacht werden kann, unter anderen Aspekten aber als B untergeordnet.

Für eine wirklich allgemeine evolutionäre Logik heißt das: Nicht nur die topologischen Veränderungen, die Interaktionen innerhalb einer Ebene werden von höheren Ebenen aus koordiniert -, sondern es gibt auch Interaktionen zwischen den Ebenen, welche die Hierarchiestruktur selbst mit "wormholes" dynamisch durcheinanderbringen. Die Hierarchieordnung ist vielleicht besser allgemeiner als Hierarchietopologie vorzustellen, und diese Topologie hinwiederum als zeitveränderlich.

VERZEICHNIS DER SCHLÜSSELBEGRIFFE

Aufgeführt sind alle im Text durch Unterstreichungskennzeichen Schlüsselbegriffe. Die Seitenangaben verweisen auf die erste Einführung des jeweiligen Begriffs.

beschränkte Kodierungsdichte	44
charakteristische Matrizen	46
determinativer Schnitt	62
diachronischer Aspekt	19
edenfrei	40
eindimensionaler Zellularraum (1-ZR)	33
evolutionäre Logik	1
ev-Run	12
fraktale Basis	45
funktionaler Aspekt	21
genetische Spiegelung	72
Regel	17
globale qualitative Reversibilität	53
globale Zustände	31
hierarchischer Aspekt	20
Isochrone	49
isolieren	16
Konfiguration	30
Konstanz der Identität	56
lokale Reversibilität	52
lokale Übergangsfunktion eines Zellularraumes	31
lokale Zustände	31
Nachfolgekonfiguration	31
Periodizität	52
primitiver Zellularraum	79
qualitativ produktiv	1
Regelmäßigkeiten	17
Resonanzkriterium	16
reversibler Zellularraum	37
Run von f	53

Übergangsfunktion 12
Übergangsmatrix 32
Verfeinerung 68
Vergrößerung 77
Wörter eines Zellularraumes 73
Zellen 30
Zustandsalphabet 30
Zykeleinbettungs-Eigenschaft 74
Zykel, einbettbar in einen # 74