

Waargenomen Kansen en Utiliteiten

(Tversky, Kahneman & Smith) L. Schomaker, juni 2003

1 Inleiding

Dit beknopte overzicht introduceert *expected utility theory* (EUT) en *prospect theory* (PT), het werk van Tversky en Kahneman c.s. (1979, 1991, 1992). Het verschil tussen mathematisch rationele agents en de mens is nogal groot, maar als je een goed model hebt, kom je een heel eind met het voorspellen van beslissingsgedrag.

2 Expected-Utility Theory (EUT)

De verwachte uitkomst R van een beslissing of actie:

$$R = p * w \tag{1}$$

waarin p de kans op het resultaat is en w de winst (of het verlies). M.a.w.: het verwachte resultaat R van een loterij met $p = 0.001$ en een prijs van $w = 2000$ Euro is 2 Euro. Als het lot duurder is dan 2 Euro, zou je niet aan de loterij moeten deelnemen.

Echter, hoe nuttig een bepaalde hoeveelheid goed (geld) is, wordt bepaald door waarneming. We veronderstellen een utiliteitsfunctie $u(w)$ die de waargenomen waarde van een reële hoeveelheid w weergeeft.

$$R = p * u(w) \tag{2}$$

Het nemen van een enkele beslissing a heeft in het algemeen meer dan één enkele uitkomst. In *expected utility theory* geldt dan dat men de door kans gewogen som neemt van alle N verwachte deelluitkomsten:

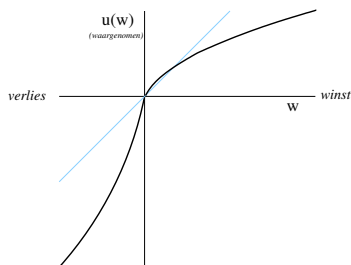
$$R_a = \sum_{i=1}^N p_{i|a} * u(w_i) \tag{3}$$

Elke deelluitkomst i heeft immers een kans p_i en een daarmee geassocieerde utiliteit $u(\cdot)$ van de winst w_i . In dit model maken mensen dus een som van het product van de kans op een waarde en de waargenomen utiliteit. Merk op dat waardes ook negatief kunnen zijn.

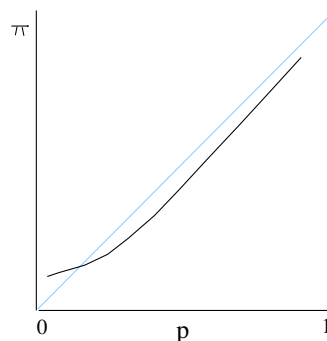
Een agent zal zich in *expected utility theory* (EUT) bij het nemen van een keuze tussen twee acties rationeel laten leiden door de volgende regel. Als actie a de kansen p_i induceert over verschillende waardes w_i , en actie b induceert de kansen q_i , dan preferereert de agent actie a boven actie b slechts dan en alleen dan als:

$$\sum_{i=1}^N p_{i|a} * u(w_i) > \sum_{i=1}^N q_{i|b} * u(w_i) \tag{4}$$

Uit onderzoek is echter gebleken dat mensen niet op deze manier rationeel beslissingen nemen. Het bleek dat mensen kleine verliezen veel dramatischer waarnemen dan rationeel en volgens EUT nodig zou zijn. Daarbij overschatten mensen het belang van kleine winsten, en vinden vanaf een bepaalde waarde dat verschillen in winst niet veel meer uitmaken: 6 of 10 miljoen Euro winnen, wat maakt het uit, veel is veel (Fig. 1). Ook gaan mensen niet volledig rationeel met kansen (Fig. 2) om: lage kansen op een goede of slechte uitkomst worden overschat. Hoge kansen worden onderschat.



Figuur 1. Waargenomen utiliteit $u(w)$



Figuur 2. Waargenomen kans $\pi(p)$

3 Prospect Theory (PT)

Om de tekortkoming van EUT te compenseren stellen Tversky en Kahneman, en Kahneman en Smith een andere theorie voor: *prospect theory* (PT). Volgens PT prefereert de agent actie a boven actie b slechts dan en alleen dan als:

$$\sum_{i=1}^N \pi(p_{i|a}) * v(\Delta w_i) > \sum_{i=1}^N \pi(q_{i|b}) * v(\Delta w_i) \quad (5)$$

waar $\Delta w_i = w_i - w_0$. Er zijn twee belangrijke verschillen tussen EUT en PT, daarnaast is er een derde, kleiner verschil.

In de eerste plaats moet worden verdisconteerd dat mensen kansen op een niet-lineaire manier verkeerd inschatten. Daarom postuleren Kahneman c.s. een niet-lineaire functie $\pi(\cdot)$ op kansen p : voor lage kansen geldt $\pi > p$, voor hoge kansen geldt $\pi < p$ om aldus het overschatten van lage- en onderschatten van hoge kansen mee te nemen in het model.

In de tweede plaats nemen mensen de absolute waarde van hoeveelheden niet waar. Intuïtief kan men zich voorstellen dat mensen door gewinning de waarde van de status quo (w_0) vanzelfsprekend vinden, en zich eigenlijk alleen interesseren voor veranderingen $\Delta w_i = w_i - w_0$.

Het derde element van PT is een minder dramatische verandering t.o.v. EUT. Voor de waarneming van het nut van een waardeverandering gebruikt het PT model de functie $v(\Delta w)$ naar analogie van $u(w)$ in EUT.

Het PT model beschrijft het beslissingsgedrag van mensen in diverse (economische) keuzesituaties op veel betere wijze dan EUT. Kahneman en Smith ontvingen voor dit werk de Nobelprijs in de economie in 2002 (Tversky was op dat moment inmiddels overleden).

4 Conclusie

Het is fraai dat de *prospect theory* van Kahneman c.s. het menselijk beslissingsgedrag onder economische condities goed beschrijft. Er blijven echter nogal wat vragen over. Waar komen de geobserveerde niet-lineariteiten in kans- en utiliteitswaarneming vandaan? Je zou verwachten dat een wezen dat honderdduizenden jaren evolutie heeft overleefd, inmiddels wel geoptimaliseerd zou zijn in het nemen van goede beslissingen. We zien hier misschien iets over het hoofd. Daarnaast is het zo dat in veel keuzesituaties het objectieve gewin of verlies bij een keuze niet zo goed quantitatief weer te geven is. Bij het maken van werkende modellen in de AI ("het bouwen van Mr Data uit Star Trek") is dit vaak wel het geval. Het is nuttig om dan de kosten-evaluatie voor het bepalen van gedragskeuzes in een autonome agent te modelleren volgens de hierboven beschreven modellen. Met name prospect theory maakt het daarbij mogelijk 'natuurlijke' beslissingen te modelleren. De menselijke waarneming van utiliteit en van kans is, samen met andere fenomenen zoals het niet-Bayesiaans probabilistisch redeneren (Kahneman & Tversky, 1982) en het fenomeen van 'confirmation bias' bij mensen (Wason, 1960) een voorbeeld van de soms merkwaardige - want suboptimale - kenmerken van natuurlijke cognitie.

5 Referenties

- Kahneman, D. and Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk, *Econometrica*, 47, 263-291.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1982). On the study of statistical intuitions. *Cognition*, 11, 123-141.
- Smith, V.L. (1991). Rational choice - the contrast between economics and psychology, *Journal of political economy*, 99, 877-897.
- Tversky, A. and Kahneman, D. (1991). Loss aversion in riskless choice: A reference-dependent model, *Quarterly Journal of Economics*, 106, 1039-1061.
- Tversky, A. and Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: Cumulative Representation under uncertainty, *Journal of Risk and Uncertainty*, 5, 297-323.
- Wason, P.C. (1960). On the failure to eliminate hypotheses in a conceptual task. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 12, 129-140.